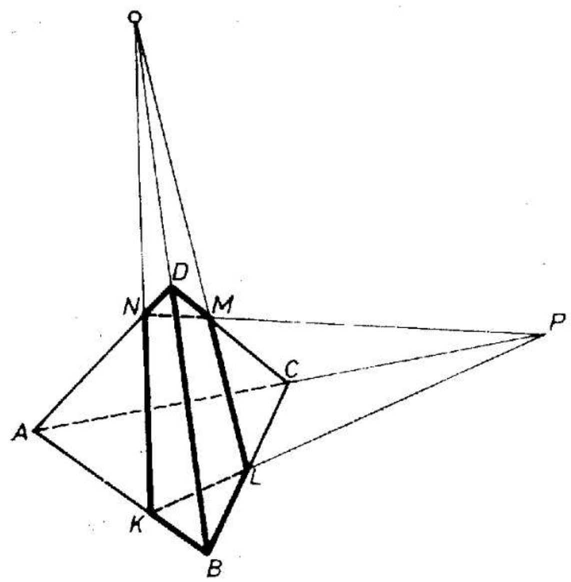
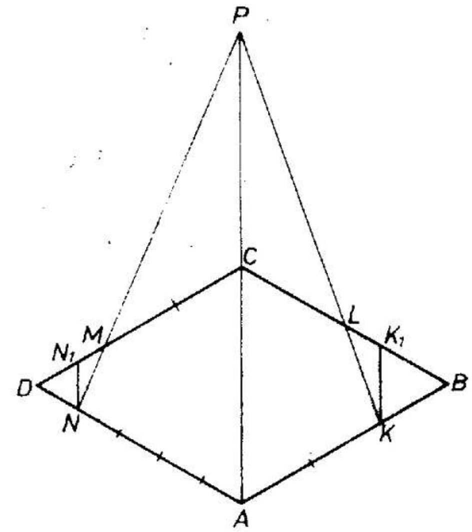
Az S metsző sík nem párhuzamos az AC (alap-) éllel, hiszen az ABC (alap-) lappal való KL metszésvonala nem párhuzamos AC-vel. Így kiszámíthatjuk AC és KL meghosszabbításai P metszéspontjának távolságát C-től (illetve az ACB alaplapon meg is szerkeszthetjük), ekkor pedig S és az ACD lap metszésvonala PM, és ez kimetszi az AD élen a sík N metszéspontját.





Húzzuk meg a párhuzamost AC-vel K-n és N-en át, és messe ez CB-t K_1-ben CD-t N_1-ben. Ekkor $LK_1 = LB - K_1B = BC\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6}BC = \frac{1}{3}LC$, és hasonló háromszögekből $CP = K_1K \cdot \frac{LC}{LK_1} = BC = AC$, tehát P az A csúcs tükörképe C-re nézve. Folytatólag

$$\frac{N_1N}{N_1M} = \frac{CP}{CM} = \frac{3}{2} = \frac{DN_1}{N_1M} = \frac{DM - N_1M}{N_1M} = \frac{DM}{N_1M} - 1,$$

tehát $N_1M = \frac{2}{5}DM$, $DN_1 = NN_1 = \frac{3}{5}DM = \frac{1}{5}DC$, azaz N a DA élt ötödöli: $AN = 4ND$. Tetraéderünket S a $KLMN$ négyszögben metszi.

Tartsuk úgy a tetraédert, hogy BD éle közelebb legyen hozzánk, mint AC. Ekkor a felszín innenső részét a BKL és DMN háromszögek és a $BDNK$, $BDML$ négyszögek adják. Az utóbbiak úgy keletkeznek a BDA, BDC lapból, hogy elvesszük belőlük az S mögé jutó KNA, ill. MLC háromszöget. Az említett 4 részháromszög mindegyikének egyik szöge az eredeti 60° –így könnyű meghatározni a 4 részháromszög és az eredeti lap területének arányát. Valóban, az ismert $t = \frac{ab}{2}\sin\gamma$ képletben közös a $\frac{\sin\gamma}{2}$ tényező, így a háromszögek területei arányosak a 60°-os szöget bezáró oldalaik szorzatával. Az eredeti lapok arányszáma $1 \cdot 1 = 1$, a részeké

$$AK \cdot AN = \frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5} = \frac{8}{15}, \qquad BK \cdot BL = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{6},$$

$$CL \cdot CM = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3} = \frac{1}{3}, \qquad DM \cdot DN = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5} = \frac{1}{15},$$

és ezért a lapok négyszög részeire az arányszám sorra

$$KNDB\text{-re } 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}, \quad KLCA\text{-ra } \frac{5}{6}, \quad LMDB\text{-re } \frac{2}{3}, \quad MNAC\text{-re } \frac{14}{15}.$$

Így az elülső és a hátulsó felszínrész arányszámainak összege

$$\frac{1}{6}+\frac{7}{15}+\frac{2}{3}+\frac{1}{15} = \frac{41}{30}, \qquad \text{illetve} \qquad \frac{5}{6}+\frac{8}{15}+\frac{1}{3}+\frac{14}{15} = \frac{79}{30},$$

és ebből a keresett arány $41:79$, az elöl álló arányszám az eredeti BD élt, a hátul álló az AC élt tartalmazó felületi részre vonatkozik.

Megjegyzés. Meghatározhatjuk N helyzetét S és a BD élegyenes metszéspontjából is, ez B-nek D-re vonatkozó tükörképe.