

A Bolyai János Matematikai Társulat a 2003. évi Kürschák József Matematikai Tanulóversenyt október 10-én 14 órai kezdettel rendezte meg a következő 20 helyszínen: Békéscsaba, Bonyhád, Budapest, Debrecen, Eger, Győr, Kaposvár, Kecskemét, Miskolc, Nyíregyháza, Pécs, Salgótarján, Sopron, Szeged, Székesfehérvár, Szolnok, Szombathely, Tatabánya, Veszprém, Zalaegerszeg.

A Társulat elnöksége a verseny lebonyolítására a következő bizottságot kérte fel: *Bárász Mihály, Bártfai Pál, Benczúr Péter* (titkár), *Csirmaz László, Fleiner Tamás* (elnök), *Frenkel Péter, Kós Géza, Pelikán József, Reiman István, Surányi János* (tiszteletbeli elnök).

A Bizottság június 20-i ülésén a következő feladatokat tűzte ki:

1. *Az EF átmérőjű k kört az e egyenes az E pontban érinti. Tekintsük az e egyenes összes olyan A, B pontpárját, melyre az AB szakasz az E pontot tartalmazza és $AE \cdot EB$ egy rögzített állandó. Egy ilyen pontpár esetén legyen A' , illetve B' a k kör metszéspontja az AF , illetve BF szakasszal. Igazoljuk, hogy az $A'B'$ szakaszok egy ponton mennek keresztül.*

2. *Egy G gráf k -színezése a G csúcsainak megszínezése k lehetséges szín felhasználásával úgy, hogy G bármely élének végpontjai különböző színűek legyenek. Azt mondjuk, hogy G egyértelműen k -színezhető, ha egyrészt G -nek létezik k -színezése, másrészt nem léteznek G -nek olyan u és v csúcsai, melyek G valamely k -színezésében azonos színűek, míg G egy másik k -színezésében egymástól különböző színt kapnak.*

Bizonyítsuk be, hogy ha az n pontú G gráf egyértelműen 3-színezhető és $n \geq 3$, akkor G -nek legalább $2n - 3$ éle van.

3. *Jelölje $(a; b)$ az a és b egész számok legnagyobb közös osztóját. Bizonyítsuk be, hogy véges sok kivételtől eltekintve minden pozitív egész n számra teljesül a*

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (i; j) > 4n^2$$

egyenlőtlenség.

A Bizottság a dolgozatok átnézése után november 28-i ülésén egyhangúlag a következő jelentést fogadta el:

„A verseny minden helyszínen rendben lezajlott. Budapesten 86-an, vidéken 79-en vettek részt a versenyen, és 64, illetve 65 dolgozatot adtak be. 17 versenyző foglalkozott érdemben legalább két feladattal. Az első feladatra számos helyes megoldás született, míg a legnehezebbnek bizonyult második feladattal csupán 6-an tudtak megbirkózni.

Egri Attila, Kiss Demeter és Nagy Zoltán Lóránt helyesen oldották meg mindhárom feladatot. Mindannyian igazolták a második feladatbeli korlát élességét. Kiss Demeter ezen túl általánosította a második feladat állítását, azonban a harmadik feladatra adott megoldásában apróbb hibákat ejtett. Ezek alapján

Kürschák József díjat és 30 000 Ft jutalmat kaptak

Egri Attila, a hajdúszoboszlói Hőgyes Endre Gimnázium és Szakközépiskola 12. osztályos tanulója, Deli Lajos, Dobos Sándor és Pósa Lajos tanítványa,

Kiss Demeter, aki Budapesten a Fazekas Mihály Gimnáziumban tett érettségi vizsgát, Dobos Sándor, Pataki János, Pósa Lajos és Thiry Imréné tanítványaként, jelenleg az ELTE TTK I. éves matematikus szakos hallgatója, valamint

Nagy Zoltán Lóránt, aki Budapesten a Fazekas Mihály Gimnáziumban tett érettségi vizsgát, Dobos Sándor, Pataki János, Pósa Lajos és Thiry Imréné tanítványaként, jelenleg az ELTE TTK I. éves matematikus szakos hallgatója.”