A KöMaL múlt évi novemberi számában röviden megemlékeztünk a Nobel-díjas angol fizikus, P. A. M. Dirac születésének 100-adik évfordulójáról. Három – pontversenyen kívüli – feladványt is adtunk Olvasóinknak, ezek megoldását most ismertetjük.

1. A közölt fénykép (Radnai Gyula felvétele) a londoni Westminster apátságban található egyik emlékkövet mutatja. Az emlékkövet, amely közvetlenül Isaac Newton síremléke mellett található, 1995. november 13-án leplezték le a templomban tartott ceremónia után, ezzel is emléket állítva a világhírű fizikusnak. A Royal Society ugyanekkor díszülésen méltatta Dirac tudományos eredményeit.

2. Az emlékkövön Dirac neve és az évszámok mellett a híres Dirac-egyenlet, az elektron relativisztikus hullámegyenlete olvasható, igen tömör alakban:

$$i\gamma{\cdot}\partial\psi = m\psi.$$

Az egyenletben szereplő szimbólumok jelentése dióhéjban: $i=\sqrt{-1}$ a képzetes egység, ∂ az idő- és helykoordináták szerinti deriválás műveletére utal, tulajdonképpen 4 mennyiség, amelyeket 4×4-es γ mátrixok (az ún. Dirac-mátrixok) szoroznak, és végül ψ egy 4-komponensű hullámfüggvény, amely az elektron relativisztikus kvantummechanikai állapotát írja le. Az egyenlet a fizikusok által előszeretettel használt $\hbar=c=1$ egységrendszerben értendő (c a fénysebesség vákuumban, $\hbar$ pedig a Planck-állandó 2π-vel osztva), és a szabad (kölcsönhatásoktól mentes) elektronokat, illetve pozitronokat írja le. (Mindezeket természetesen nem az egyenlet lényegi tartalmának elmagyarázási szándékával adtuk meg, hanem csupán azért, hogy érzékeltessük: mennyi minden van belesűrítve ebbe a néhány betűvel leírható formulába.)

3. Vajon hogyan oldotta meg Dirac – állítólag fejben – az alábbi játékos matematikai feladatot:

Hét ember elmegy kókuszdiót gyűjteni. Találnak is jó sokat, de rájukesteledik, így az osztozkodást reggelre hagyva lefekszenek aludni. Éjszaka egyikük felébred, s nem bízván a társaiban egymaga kívánja 7 részre osztani a dió-kupacot. Ezt 1 maradékkal meg is tudja tenni. Az „egyheted” részt eldugja, a maradékot a fa tetején figyelő majomnak dobja, s visszafekszik aludni. Az éjszaka során mind a 6 társa egymás után ugyanígy jár el (mindig 1 dió marad), s reggel – mintha éjszaka mi sem történt volna – közösen is elosztják a kupacot (s az 1 maradékot a majomnak adják). Legalább hány diót gyűjtöttek összesen?

A megadott feltételek szerint osztható diók száma határozatlan: ha találunk egy jó megoldást, ahhoz 7^8 egész számú többszörösét hozzáadva ugyancsak jó megoldást kapunk. Feladatunk a *legkisebb pozitív* megoldás meghatározása. Dirac – a fizikuskörökben gyakran emlegetett történet szerint – így érvelt. Formálisan a -6 dió jó megoldás, hiszen ha elveszünk belőle 1-et (és azt a majomnak adjuk), akkor -7 „marad”, s ennek 1/6-át eldugva ismét -6 lesz a diók száma. Az osztozkodás ilyen formája tehát akárhányszor megismételhető. Mivel azonban mi a legkisebb pozitív megoldásra vagyunk kiváncsiak, ez $7^8-6=5\ 764\ 795$ lesz. (Elég tekintélyes mennyiség!) A történet eredetét nem sikerült megbízhatóan ellenőrizni, de elképzelhető, hogy Diracnak semmi köze a feladványhoz, csak éppen az itt ismertetett megoldás és a Dirac-féle lyukelmélet hasonló logikája miatt varrta nyakába a „hálás utókor”. Dirac – az általa 1928-ban felírt relativisztikus hullámegyenlet megoldásait vizsgálva furcsa, negatív tömegű megoldásokat is talált. Volt bátorsága ezeket a „nem-fizikai” megoldásokat megtartani, megvizsgálni, s rájött, hogy ezek (pontosabban ezek hiánya, mint a buborékok a tengervízben) az elektronokkal azonos tömegű, de velük ellentétes töltésű részecskeként értelmezhetők. És néhány évvel később, 1932-ben Anderson felfedezte a pozitronokat!