Mindkét egyenlőtlenség bizonyításához a számtani és a mértani közép közötti összefüggést használjuk fel. Először a $\frac{2}{1}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\ldots$, $\frac{n+1}{n}$ számok számtani, ill. mértani közepét írjuk fel:

$$\sqrt[n]{n+1} \leqq \frac{\frac{2}{1}+\frac{3}{2}+\frac{4}{3}+\frac{n+1}{n}}{n} = 1+\frac{\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}}{n}, \tag{2}$$

amiből (1) első fele azonnal adódik. Valamennyi tag különböző, egyenlőség nem állhat fenn, tehát valamivel többet sikerült belátni, mint amit a feladat megkívánt.

A második egyenlőtlenséghez az $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\ldots$, $\frac{n-1}{n}$ számok számtani, ill. mértani közepére van szükségünk:

$$\sqrt[n-1]{\frac{1}{n}} \leqq \frac{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\ldots+\frac{n-1}{n}}{n-1} = \frac{n-\left(1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}\right)}{n-1}, \tag{3}$$

amiből (1) másik felét kapjuk. $n=2$ esetben (3) jobb oldalán egyetlen tag szerepel, egyenlőség áll fenn. $n \geqq 3$ esetén valamennyi tag különböző, határozott egyenlőtlenség teljesül.

Mala József (Cegléd, Kossuth L. Gimn., III. o. t.)