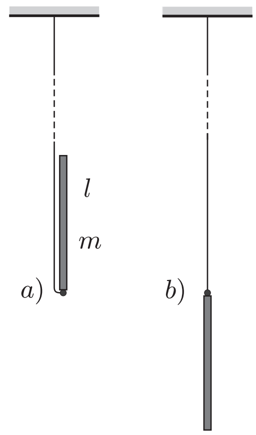
2002. október 18-án rendezte meg az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Budapesten és 14 vidéki városban az ezévi Eötvös-versenyt. A versenyen 169 magyar, 1 szlovák és 1 román állampolgárságú versenyző adott be dolgozatot, nevezetesen Budapesten 64, Szegeden 19, Pécsett 17, Debrecenben és Szekszárdon 10-10, Veszprémben 9, Nagykanizsán és Sopronban 8-8, Békéscsabán 7, Egerben 5, Győrött 5, Miskolcon 4, Székesfehérváron 3, Nyíregyházán és Szombathelyen pedig 1-1 dolgozat született. A versenyzők 92%-a gimnazista volt; az érettségizett versenyzők valamennyien budapesti egyetemeken (BMGE, ELTE) tanulnak. Ismertetjük a feladatokat, s azok helyes megoldását.

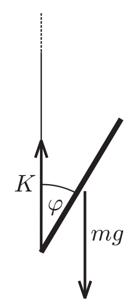
1. *Szeretnénk megbecsülni, hogy mekkora erő feszíti a gyűrűn edző tornász karjait pályájának legalsó pontján, ha kézenállásból óriáskörbe lendül. A következő egyszerű modellt alkalmazzuk: igen hosszú, nyújthatatlan kötél végére l hosszúságú, m tömegű homogén rudat erősítünk, és az* 1.*a* ábrán *látható helyzetből elengedjük. Számítsuk ki, hogy mekkora erő feszíti a kötelet az* 1.*b* ábrán *látható pillanatban! (A kötél tömegét hanyagoljuk el!)*



1. ábra

() *(Takács Gábor feladata nyomán)*

Megoldás. Az eldőlő rúdra két erő hat: az mg nehézségi erő és a K kötélerő (*2. ábra*). Mindkettő függőleges irányú (a változó nagyságú kötélerő azért, mert a kötél „igen hosszú"). Mivel csak függőleges erők hatnak a rúdra, ezért a tömegközéppontja is csak függőleges, egyenes vonalú pályán mozoghat, tehát függőleges (nem harmonikus) rezgőmozgást végez.



2. ábra

A rúd alsó (a kötéllel érintkező) végének függőleges irányú elmozdulása a mozgás során mindvégig zérus, ez a pont tehát függőlegesen nem gyorsul. A kérdezett állapotban a tömegközéppont sebessége zérus, gyorsulása pedig maximális és akkora, amekkora nagyságú a rúd végeinek gyorsulása a tömegközéppont vonatkoztatási rendszerében:

$$a = \frac{l}{2}\,\omega^2.$$

A munkatétel szerint:

$$mgl = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}ml^2\right)\omega^2,$$

továbbá a dinamika alaptörvénye szerint:

$$K - mg = m\frac{l}{2}\omega^2.$$

E két egyenletből következik: $K = 13\,mg$.

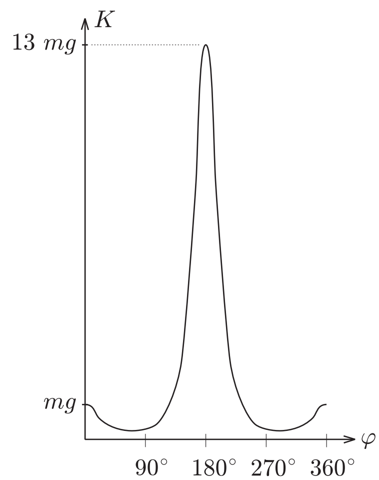
Megjegyzések. 1. Az eredményül kapott erő hihetetlenül nagy! Még akkor is, ha figyelembe vesszük, hogy a tornász egy karját ekkora erőnek csak a fele feszítené. Nem csoda, hogy olyan sok versenyző elhitte a feladat egyik tipikusan hibás feltételezésével, a kötél mozdulatlannak vélt alsó végpontja körüli forgásból kapható $K = 4\,mg$ (hibás) végeredményt.

Nem sokkal az Eötvös-verseny után volt Debrecenben a 2002. évi tornász világbajnokság, amelyet gyűrűn – mint ismeretes – Csollány Szilveszter nyert meg. Az ő gyakorlatát alaposan megfigyelve jól lehetett látni, hogy a feladatban használt modell mennyire durva közelítése a merev testnek aligha tekinthető tornász mozgásának.

2. A feladat ugyan nem kérdezte, de tanulságos kiszámítani a kötelet feszítő erőt a rúd tetszőleges, mondjuk a függőlegessel φ szöget bezáró helyzetében is. A fentiekhez hasonló számolásból (munkatétel + mozgásegyenlet) adódik:

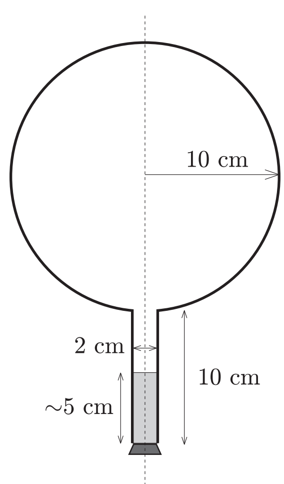
$$K(\varphi) = \frac{3(\cos\varphi - 1)^2 + 1}{(3\sin^2\varphi + 1)^2}\,mg.$$

Ez a kifejezés sehol nem nulla (*3. ábra*), tehát a kötél nem lazul meg, jóllehet $\varphi \approx 61^\circ$-nál K alaposan (mg egyhatodára) lecsökken.



3. ábra

2. *Zárt lombikban egy kevés víz van. A lombik száját lefelé fordítva a víz kb.* 5 cm *magasan áll a lombik nyakában. (A belső méreteket a* 4. ábra *mutatja.)*



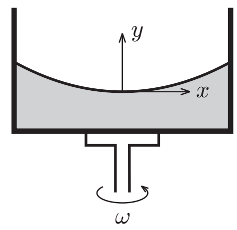
4. ábra

Ezután a lombikot függőleges tengelye körül egyenletes forgásba hozzuk úgy, hogy másodpercenként hármat forduljon. Gondoskodunk róla, hogy a lombik falának hőmérséklete mindenütt ugyanakkora legyen. Kellően hosszú idő után egyensúly áll be.

Rajzoljuk fel vázlatosan, hogyan helyezkedik el ekkor a víz a lombikban!

() *(Károlyházy Frigyes)*

Megoldás. A feladat első ránézésre mechanikai problémának látszik. Ki fog derülni, hogy legalább ennyire termodinamikai feladat is; az egyensúly, ami „kellően hosszú idő után” beáll, termodinamikai egyensúly lesz. A példa termodinamikai jellegére utal a lombik falának hőmérsékletéről szóló mondat is.



5. ábra

Az egyenletes forgásba hozott folyadék felszíne a földi homogén nehézségi erőtérben forgásparaboloid. Ennek síkmetszetét mutatja az *5. ábra.* A „megforgatott parabola” egyenlete az ábrán felvett koordináta-rendszerben

$$y = \frac{\omega^2}{2g}\,x^2.$$

Megjegyzések. 1. A fenti összefüggést annak alapján határozhatjuk meg, hogy a folyadék az ω szögsebességgel forgó koordináta-rendszerben egyensúlyban van; felülete a ráható erők eredőjére merőleges. Így az érintő iránytangense

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \to \frac{mx\omega^2}{mg} = \frac{x\omega^2}{g},$$

amiből [minthogy $y(0) = 0$] a megadott formula következik.

2. Úgy is megkaphatjuk a felület egyenletét, hogy felismerjük: egy m tömegű folyadékdarabkára ható centrifugális erő kifejezése hasonló a Hooke-törvényben szereplő rugóerő képletéhez, de a „rugóállandó” negatív, $D = -m\omega^2$. Ennek megfelelően a „centrifugális potenciális energia” $-m\omega^2 x^2/2$, amihez hozzáadva a gravitációs helyzeti energiát a teljes potenciális energiára

$$E_{\mathrm{pot}} = -\frac{m\omega^2 x^2}{2} + mgy$$

adódik. A folyadék szabad felszínén a teljes potenciális energia mindenhol ugyanakkora kell legyen, ami a megadott parabola egyenletéhez vezet.

3. Az összefüggés levezetését a feladat nem kívánta meg. Mivel az Eötvös-versenyen bármilyen könyv használható a megoldáshoz, egyszerűen ki lehetett írni a megfelelő képletet például Budó: *Kísérleti fizika,* I. kötetének megfelelő fejezetéből.

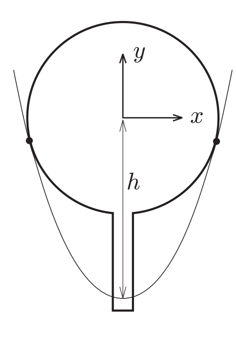
Megvizsgálva a feladat konkrét adatait könnyen belátható, hogy a forgó folyadék felülete felveszi a forgásparaboloid alakot anélkül, hogy a folyadék széle a lombik nyakában egészen a gömbig felemelkedne. Felmerülhet azonban egy kérdés – és ez volt a kulcs a feladat helyes megoldásához –, hogy ha gondolatban meghosszabbítanánk ezt a forgásparaboloidot egészen a gömbig, vajon nem „vágna-e bele” a gömbbe? Mert ha igen, akkor ott a gömbben, a forgásparaboloid alatt is lehetne víz!

Vegyünk ismét egy, a forgástengelyen átmenő síkmetszetet! Határozzuk meg annak a parabolának a legmélyebb pontját, amely érinti a gömblombik síkmetszeteként adódó kört! Legyen ez a pont h-val mélyebben, mint a kör középpontja, ekkor a parabola egyenlete (a kör közepéhez választva a koordináta-rendszer kezdőpontját)

$$y + h = \frac{\omega^2}{2g}\,x^2,$$

a kör egyenlete pedig $x^2 + y^2 = R^2$. Ebből x^2-et kifejezve és a parabola egyenletébe helyettesítve a kör és a parabola közös pontjainak y koordinátáira a következő másodfokú egyenletet kapjuk:

$$y^2 + \frac{2g}{\omega^2}\,y + \frac{2gh}{\omega^2} - R^2 = 0.$$



6. ábra

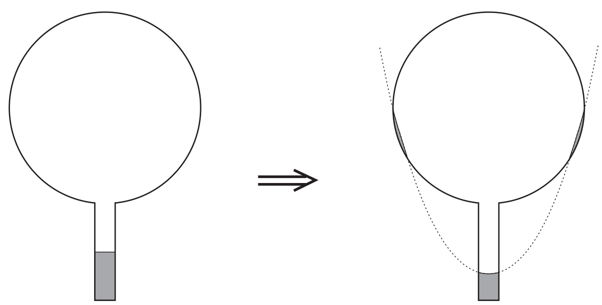
Amikor a parabola érinti a kört, a fenti egyenletnek csak 1 gyöke lehet, tehát a diszkrimináns zérus kell legyen, és éppen ez ad feltételt a h magasságra:

$$h = \frac{g}{2\omega^2} + \frac{\omega^2}{2g} R^2.$$

Behelyettesítve a $g = 9{,}81$ m/s^2, $\omega = 2\pi \cdot 3$ s^{-1}, $R = 0{,}1$ m adatokat, h-ra 0,195 m = 19,5 cm adódik. A gömb sugara 10 cm, a nyak hossza ugyancsak 10 cm, együtt ez több, mint 19,5 cm.

A gömböt érintő paraboloid tehát a lefelé fordított lombik nyakának legalsó pontjánál fél centiméterrel feljebb halad! A feladat megoldásához tartozó paraboloid persze ennél az érintő paraboloidnál is valamivel feljebb halad, mégpedig úgy, hogy a gömblombik nyakában a paraboloid alatt maradó víz éppen annyival kevesebb az eredetileg ott volt víznél, amennyi a gömbben, egy körbefutó keskeny sávban a paraboloid alá került.

De hogyan került oda a víz? Voltak versenyzők, akik arra tippeltek, hogy a gömblombik felpörgetésekor talán odafreccsenhetett a víz. Ez a feltevés nincs híjával az iskolai szertárakban található forgatógépekkel szerzett érdekes tapasztalatoknak. Mégsem ez a probléma megoldása, hanem az, hogy a lombikban a cső nyakánál elpárolgó vízgőz egy része csapódik ki – megfelelő helyen – a lombik falára. Ennek a termodinamikai folyamatnak a hajtóereje pedig éppen az az ici-pici nyomáskülönbség, ami a lombikban fellép a nehézségi erő és a forgás együttes hatása miatt. Egy-egy forgásparaboloid mentén a víz a forgó koordináta-rendszerből nézve egyensúlyban van, hiszen éppen ez a feltétel határozza meg a felület alakját. Különböző forgásparaboloidokat összehasonlítva viszont a magasabban elhelyezkedő felület mentén nagyobb egy bizonyos vízmennyiség energiája, mint az alacsonyabban levő felületnél. Egyensúlyi állapotban a víz felszíne ugyanazon paraboloidon kell elhelyezkedjen a lombik nyakában és a gömbben is, ha nem így lenne, a párolgás és lecsapódás folyamata „megkeresné” az alacsonyabb összenergiájú állapotot.



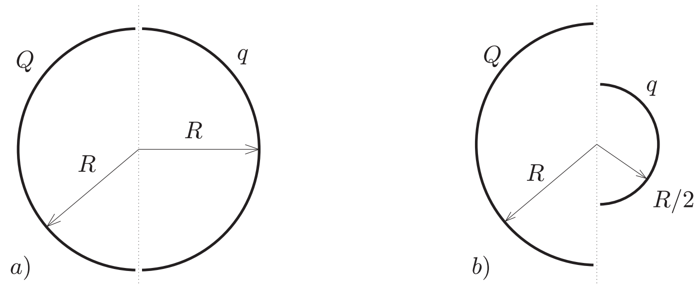
7. ábra

Végeredményben tehát a *7. ábrán* látható vázlatos rajz (helyes indoklással) a feladat megoldása.

Megjegyzések. 1. A paraboloid helyzetének pontos meghatározása nem volt feladat – középiskolai matematikával ez nehéz is lett volna.

2. *Béky Bence* budapesti versenyző eljutott annak felismeréséhez, hogy lehet víz a lombik falán, de nem hitte el, hogy ez meg is valósulhat. „Ugyanúgy nem – írta –, mint ahogy egy, az asztalon álló pohár vízből sem mászik ki a víz az asztalra, hiába lenne ott kisebb az energiája.” Nos, az érdekes az, hogy a víz onnan is kimászhat, még a tökéletes hőmérsékleti egyensúly esetén is, éppen a meglévő piciny barometrikus nyomáskülönbség miatt, ami a pohárban levő víz felszíne és az asztal (vagy még inkább a padló) szintje között fennáll. Letakarva egy üvegharanggal az asztalon álló pohár vizet, el is végezhető a kísérlet. Csak kissé soká kell várni! (Üvegharang nélkül is „kimászik” a víz a pohárból, de a szoba nagy légtere miatt sehol sem csapódik le, hanem telítetlen gőz formájában a levegőben marad.)

3. *Két szigetelő félgömbhéjat (például két fél pingponglabdát) egymás közvetlen közelében helyezünk el a* 8.*a* ábra *szerint, koncentrikusan. Az egyikre Q, a másikra q töltést viszünk fel, egyenletesen.*



8. ábra

a) Mekkora erőt fejt ki egymásra e két test?

b) Megváltozik-e az eredmény, ha az egyik félgömbhéj csak fele akkora sugarú? () *(Gagik Grigorjan [Örményország] feladata nyomán)*

Megoldás. *„Ha nem tudsz megoldani egy feladatot, csinálj belőle magadnak egy könnyebbet"* – tanácsolja *Pólya György* (1888–1985) „A gondolkodás iskolája" c. könyvében. Tegyük ezt most mi is, mindaddig, amíg csak egy olyan feladatig jutunk, amit már meg tudunk oldani. Innen visszafejtve a gondolatsort, talán kaphatunk ötleteket a nehezebb feladatok megoldásához.

Foglalkozzunk először az a) kérdéssel! Mi lenne, ha mindkét félgömbhéjon ugyanakkora, (Q, Q) töltés lenne? Mi lenne, ha a töltések ellentétes előjelűek $(Q, -Q)$ lennének? Ilyenkor jut az ember eszébe a síkkondenzátor.

A Q töltésű síkkondenzátor lemezein Q és $-Q$ töltés, a lemezek között E térerősségű homogén tér van. A kondenzátor energiája

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A}x,$$

amiből látszik, hogy a lemezek közötti erő nagysága

$$F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A} = \frac{1}{2}Q\frac{Q}{\varepsilon_0 A} = \frac{1}{2}QE.$$

Innen lépegessünk visszafelé! Ha nem Q és $-Q$, hanem Q és $+Q$ töltés van a lemezeken, akkor annyi a különbség, hogy nem vonzó, hanem taszító erő lép fel, E pedig annak a térerősségnek a nagysága, ami a lemezeken kívül jelenik meg.

Két szembefordított, Q töltéssel egyenletesen feltöltött gömbhéj elektromos tere ugyanaz, mint ami egyetlen gömbön kívül lép fel, ha az $2Q$ töltéssel van egyenletesen feltöltve. Ekkor a térerősség a gömbön kívül akkora, amekkora a $2Q$ nagyságú, a gömb közepén elhelyezett ponttöltéstől jönne létre:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{2Q}{R^2}.$$

A gömb felületén a töltéssűrűség:

$$\sigma = \frac{2Q}{4R^2\pi} = \frac{Q}{2R^2\pi} = (\varepsilon_0 E).$$

Ugyanitt az energiasűrűség (egységnyi térfogatra jutó energia, nyomás jellegű mennyiség):

$$p = \frac{1}{2}\,\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\,\sigma E.$$

Egy elektromosan töltött felület adott nagyságú darabkájára ható erőt a felület nagysága, töltéssűrűsége és a felület közvetlen közelében mérhető elektromos térerősség egyértelműen meghatározza. Ez az elektrosztatikus „nyomás" tehát nemcsak a síkkondenzátor, hanem a töltött félgömbhéj esetében is a fentebb kiszámított p-vel (az energiasűrűséggel) egyezik meg.

A félgömbhéjra ható eredő erő ugyanakkora, mint a félgömbhéjat gondolatban lezáró körlapra ható erő lenne p nyomás esetén (hiszen egy p nyomású gázba helyezett lezárt félgömbre a gáz által kifejtett eredő erő nyilván zérus). A kérdéses erő tehát

$$F = p \cdot R^2\pi = \frac{1}{2}\,\sigma E \cdot R^2\pi = \frac{1}{2}\,\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{Q^2}{R^2}.$$

Kiszámítottuk a két szembefordított, egyenként Q töltésű félgömbhéj között fellépő erőt. Térjünk vissza most az eredeti a) kérdéshez, ami az eddig tárgyalt esettől csak abban tér el, hogy az egyik félgömbhéjon nem Q, hanem q töltés van! Az elektrosztatikus erő arányos a test töltésével, ezért

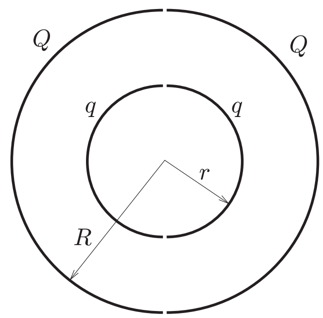
$$F_a = \frac{q}{Q}\,F = \frac{1}{2}\,\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{Qq}{R^2}.$$

Megjegyzés. Látható, hogy a Coulomb-törvényhez nagyon hasonló formulát kaptunk, csupán a képletben szereplő numerikus együttható tér el az ismert kifejezésétől. Akár meg is kereshetnénk azokat a pontokat a félgömbök belsejében, ahova elhelyezett Q illetve q ponttöltések éppen ekkora erőt fejtenek ki egymásra; ez azonban nem volt kérdés a feladatban. Megjegyezzük, hogy a kérdéses pontok *nem* esnek egybe a homogén tömegeloszlású félgömbhéjak tömegközéppontjaival, mint azt több versenyző tévesen állította. Az eltérésnek az az oka, hogy csak a *homogén* gravitációs erőtér hatása helyettesíthető a tömegközéppontba képzelt testre ható erővel, a Coulomb-féle erőtér pedig *inhomogén*!

A b) kérdés megoldásához ismét idézzük fel Pólya György tanácsát! A kérdéses aszimmetrikus elrendezés helyett tekintsünk egy szimmetrikusat, amit feltehetőleg egyszerűbb lesz kezelnünk. Egészítsük ki a b) elrendezést a „tükörképével" (*9. ábra*)! Írjuk fel a bal oldali két félgömbhéj által a jobb oldali két félgömbhéjra kifejtett eredő erőt! Ez négy erőből tehető össze:

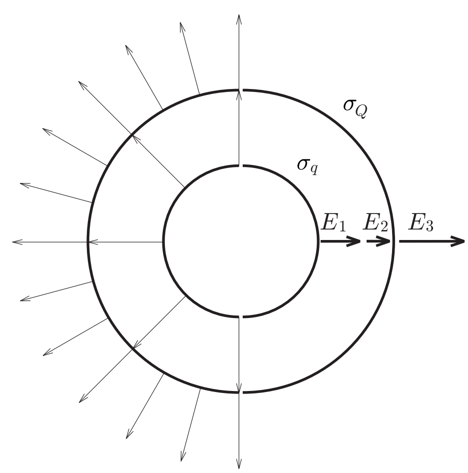
$$F = F_{Q\to Q} + F_{q\to q} + F_{Q\to q} + F_{q\to Q}$$

Az összeg két utolsó tagja egyenlő egymással, és mindegyikük éppen az az F_b erő, amit keresünk! Ha tehát ki tudjuk számítani F-et, akkor $F_{Q\to Q}$ és $F_{q\to q}$ ismeretében (amelyeket az a) kérdésre tudunk visszavezetni) a keresett erő meghatározható.



9. ábra

F kiszámításához tekintsük azt az elektromos teret, amit két koncentrikus gömbhéj hoz létre: a belső, r sugarú, $2q$ töltésű gömbhéj és a külső, R sugarú, $2Q$ töltésű gömbhéj. Gyakorlatilag ez lesz a négy félgömnhéj által létrehozott elektromos tér is.



10. ábra

A kis gömbhéj belsejében az elektromos térerősség nulla. E gömb felületén a töltéssűrűség:

$$\sigma_q = \frac{q}{2r^2\pi},$$

a térerősség pedig a gömb felületénél, de kívül:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{r^2}.$$

Ennek a kis gömbnek a tere a nagy gömb felületénél, annak belsejében:

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{R^2}.$$

A nagy gömb felületén a töltéssűrűség:

$$\sigma_Q = \frac{Q}{2R^2\pi}.$$

A nagy gömbön kívüli térrészben a térerősségért mindkét gömb töltése felelős. Az elektromos térerősség nagysága

$$E_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q+2Q}{R^2}.$$

A fenti kifejezések segítségével – az *a*) kérdésnél alkalmazott gondolatmenetet követve – F-et a következő módon számíthatjuk ki:

$$F=\frac{1}{2}\sigma_q\,E_1\,r^2\pi+\frac{1}{2}\sigma_Q(E_2+E_3)R^2\pi.$$

Behelyettesítve σ_q, σ_Q, E_1, E_2 és E_3 fenti kifejezéseit, F meghatározható.

Az *a*) kérdésre adott választ felhasználva

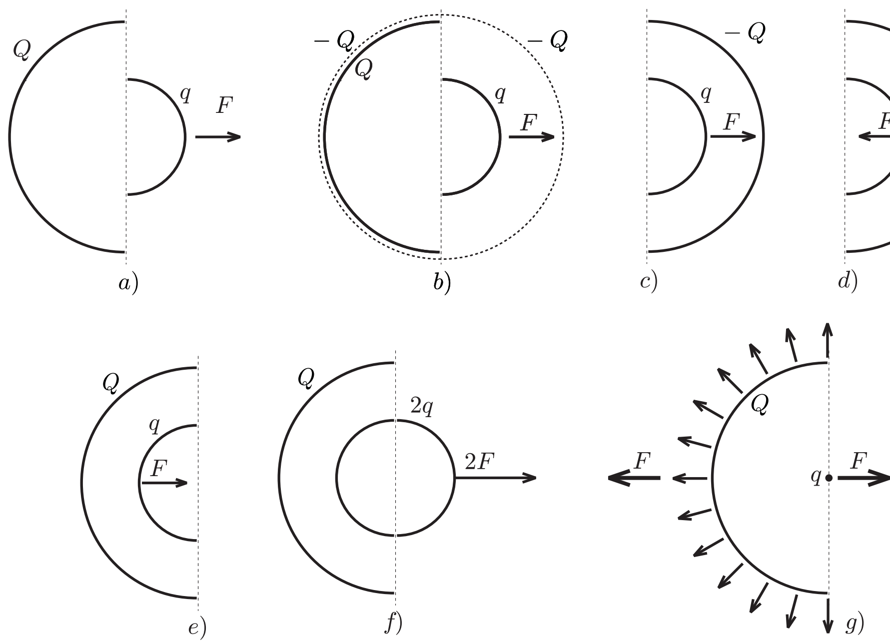
$$F_{Q\to Q}=\frac{1}{2}\,\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{Q^2}{R^2}\qquad\text{és}\qquad F_{q\to q}=\frac{1}{2}\,\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q^2}{r^2}.$$

Ezek után a keresett $F_b=F_{q\to Q}$-ra kapjuk:

$$F_b=\frac{1}{2}\,\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{Qq}{R^2}.$$

Az eredmény meglepő, hiszen független r-től, így a *b*) esetben is ugyanakkora az erő, mint az *a*) esetben! (Ennyi számolás után meg is érdemeltünk egy kellemes meglepetést.)

Megjegyzés. A *b*) kérdést megválaszoló versenyzők több kiváló ötlettel is éltek. *Nagy Márton* (Budapest) gondolatban körülvette a *11.a ábrán* látható elrendezést (amelyen az egyszerűség kedvéért csak a kisebb félgömbhéjra ható erőt tüntettük fel) egy R-nél „hajszálnyival" nagyobb sugarú, $-2Q$ töltésű gömbhéjjal (*11.b ábra*). Így a félgömbhéjak között ható erőt nem változtatta meg, hiszen az egyenletesen töltött gömbhéj térerőssége belül nulla. Ez az elrendezés nyilván egyenértékű a *11.c ábrán* láthatóval, amiből $-Q$ előjelét megváltoztatva a *11.d ábrán* feltüntetetthez jutunk. Tükrözzük ezt az elrendezést a félgömbhéjak képzeletbeli határsíkjára (*11.e ábra*). Azt kaptuk, hogy a Q töltésű (egyenletes töltésű) félgömbhéj ugyanakkora erőt fejt ki egy „benne lévő" másik, q töltésű félgömbhéjra, mint amekkorát egy „belőle kilógó" q töltésű félgömbhéjra. Ezek szerint egy $2q$ töltésű gömbre a nagy félgömbhéj $2F$ erőt fejtene ki, q össztöltésű gömbre pedig ennek felét, F-et (*11.f ábra*).

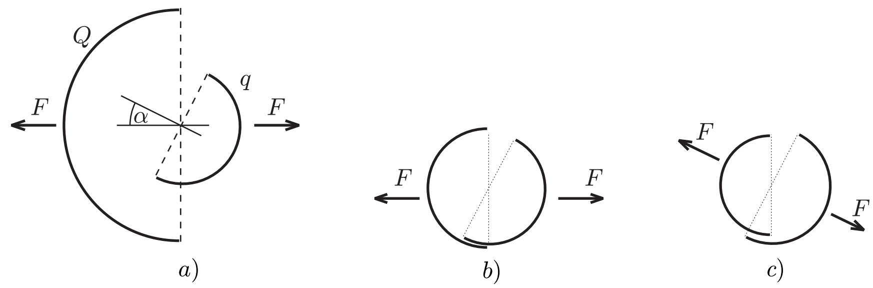


11. ábra

Most már csak a hatás–ellenhatás törvényét kell alkalmaznunk: a q töltésű gömb (amelynek elektromos tere a gömbön kívül egy ponttöltés terével is helyettesíthető, tehát nem függ r-től!) a Q töltésű félgömbhéjra éppen a keresett F nagyságú erőt fejti ki (*11.g ábra*). A végeredmény a Coulomb-törvény és a gáznyomásos hasonlat alkalmazásával adódik:

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{R^2}\cdot\frac{Q}{2\pi R^2}\cdot R^2\pi=\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\,\frac{Qq}{R^2}.$$

Még tovább ment a feladat általánosításában *Csóka Endre* (Debrecen), aki – a fentiekhez hasonló „tükrözéses módszerrel" – megmutatta, hogy a félgömbhéjak között ható F erő nagysága akkor is a fent kiszámított érték, ha a két félgömb szimmetriatengelye tetszőleges α szöget zár be egymással. Az erő nagysága a töltések szorzatán kívül csak a nagyobb félgömbhéj sugarától függ, iránya pedig a nagyobb félgömb szimmetriatengelyével párhuzamos, jóllehet a hatásvonala általában nem megy át a félgömbhéjak közös középpontján (*12.a ábra*). Ez az eredmény is meglepő, hiszen ha r és R majdnem egyforma nagyságúak, egyikük csupán egy parányival nagyobb a másiknál, akkor az erő iránya ugrásszerűen változik, attól függően, hogy melyik sugár is a nagyobb (*12.b* és *12.c ábrák*).



12. ábra

Az ünnepélyes eredményhirdetésre és díjkiosztásra 2002. november 29-én került sor az ELTE TTK lágymányosi (északi) épületének 0.83-as tantermében. Itt a Versenybizottság elnöke először megemlékezett a 100 évvel ezelőtti Eötvös-verseny akkori nyerteséről, *Kőnig Dénes* (1884–1944) matematikusról, majd bemutatta a hallgatóságnak Zanati Tibort, aki 50 évvel ezelőtt nyert díjat az Eötvös-versenyen. Ezután ismertette a feladatok helyes megoldását, majd felkérte Gyulai József akadémikust, az Eötvös Loránd Fizikai Társulat elnökét, hogy adja át a díjakat.

A Versenybizottság (Radnai Gyula elnök, Károlyházy Frigyes és Gnädig Péter) döntése alapján

I. díjat nyert és 15 ezer Ft jutalmat kapott **Nagy Márton,** az ELTE fizikus hallgatója, aki a budapesti Piarista Gimnáziumban érettségizett, mint *Futó Béla* tanítványa.

II. díjat nyert és 10-10 ezer Ft jutalmat kapott **Béky Bence,** a BMGE mérnök-fizikus hallgatója, aki a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnáziumban érettségizett mint *Horváth Gábor* tanítványa, valamint **Tóth Sándor,** a csongrádi Batsányi János Gimnázium 12. évf. tanulója, *Szucsán András* és *Hilbert Margit* tanítványa.

III. díjat nyert és 5-5 ezer Ft jutalmat kapott **Csóka Endre,** a debreceni Fazekas Mihály Gimnázium 12. évf. tanulója, *Kiszely Ildikó* és *Szegedi Ervin* tanítványa, **Siroki László,** a BMGE műszaki informatikus hallgatója, aki a debreceni Fazekas Mihály Gimnáziumban érettségizett mint *Simon Gyula* és *Szegedi Ervin* tanítványa; **Szabó Áron,** a debreceni Fazekas Mihály Gimnázium 11. évf. tanulója, *Simon Gyula* és *Szegedi Ervin* tanítványa, továbbá **Vehovszky Balázs,** a budapesti Piarista Gimnázium 12. évf. tanulója, *Futó Béla* tanítványa.

Kiemelt dicséretet kapott **Balogh László,** a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium 12. évf. tanulója, *Horváth Gábor* tanítványa.

Dicséretet kaptak a következők: **Geresdi Attila,** a BMGE mérnök-fizikus hallgatója, aki a pécsi Árpád fejedelem Gimnáziumban érettségizett *Kotek László* tanítványaként, **Hamar Gergő,** az ELTE fizikus hallgatója, aki a dombóvár Illyés Gyula Gimnáziumban érettségizett mint *Freller Miklós* tanítványa, **Pápai Tivadar,** a BMGE műszaki informatikus hallgatója, aki a barcsi Dráva Völgye Középiskolában érettségizett mint *Horváth Ferenc* és *Kotek László* tanítványa, valamint **Rácz Béla András,** a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium 11. évf. tanulója, *Horváth Gábor* tanítványa.

Idén első alkalommal vehette át a verseny I. díjasa a Társulat Eötvös-verseny érmét.

A verseny valamennyi díjazott és dicséretben részesült versenyzője a Nemzeti Tankönyvkiadótól 4-4 ezer forintos könyvutalványt kapott, az ünnepélyes díjkiosztáson megjelent tanáraik pedig a Műszaki Kiadó, a Nemzeti Tankönyvkiadó és a Typotex Kiadó ajándékkönyveiből válogathattak.

A program befejeztével a még ott maradt tanárok és diákok kihasználhatták az alkalmat, hogy egymással s a korábbi Eötvös-versenyek jelenlevő nyerteseivel elbeszélgessenek, s újra megtekintsék a „Csollány-feladathoz” kapcsolódó demonstrációs kísérleteket.