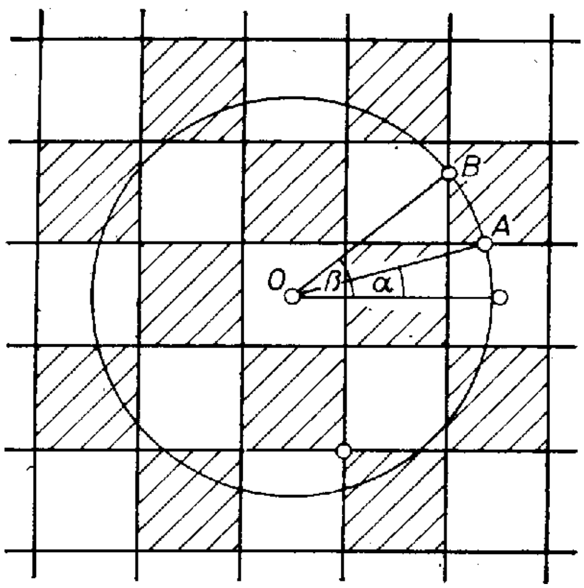
I. megoldás. Körünk O középpontjának egy világos mező (kis négyzet) középpontját választjuk. Vonala 16 mezőbe vág ugyan bele, ezek váltakozva világosak és sötétek, közülük azonban elegendő az egyik sötét mezőbe eső körívet tekintenünk. Ugyanis az O-t tartalmazó négyzet bármelyik szimmetriatengelyén (a 2 oldalfelezőn és a 2 átlón) való tükrözés mind a kört, mind a táblából minket érdeklő határvonal-hálózatot önmagába viszi át, és a tükörkép mezőpárok színe is egyező. (Ugyanez érvényes az O körüli, 90°-os elfordításokra is, de erre már nincs szükségünk, hiszen a 90°-os elfordítás eredménye előáll két egymás utáni tükrözéssel is, ezek tengelyeiként az egyik oldalfelezőt és az egyik átlót véve, tetszőleges sorrendben.)



Körünk nem vág bele az O-t tartalmazó négyzettel oldal mentén szomszédos sötét mezőkbe, mert ezek legtávolabbi csúcsai O-tól $\sqrt{1{,}5^2+0{,}5^2}=\sqrt{2{,}5}<1{,}6<1{,}9$ távolságra vannak. A két-két ilyen sötét mező közé ékelődő világos mezőket viszont átszeli körünk, mert ezek negyedik csúcsára a távolság $\sqrt{1{,}5^2+1{,}5^2}=\sqrt{4{,}5}>2>1{,}9$. Ebből a 4 világos mezőből lép át a kör egy-egy sötét mezőbe, és ez a 8 sötét mező áll elő bármelyikükből az említett szimmetriákkal. Utoljára említjük az O-tól sor vagy oszlop mentén második szomszéd világos mezőket, körünk ezek középpontjához közel (0,1 távolságra) halad el, de nem zárja magába azt.

Kezdjük a kör rajzolását az O-t tartalmazó sorban O-tól jobbra a második szomszédos világos mezőben, és haladjunk a pozitív forgási irányban. Jelöljük az első sötét mezőbe való be- és kilépési pontot A-val, B-vel, továbbá OA-nak, OB-nek a vízszintes (sor menti) tengellyel bezárt szögét α-val, β-val. Így a sötét mezőbe eső körív középponti szöge $\beta-\alpha$, a 8 sötét ívhez tartozó, ezen szögek összege $8(\beta-\alpha)$, és a világos ívekre eső ezen összeg $360^\circ-8(\beta-\alpha)$.

Azt mutatjuk meg, hogy a sötét ívösszeg nagyobb a világos ívösszegnél. Ehhez elég belátni, hogy a $\beta-\alpha>360^\circ:16=22^\circ30''$. Ehhez

$$\cos\beta=\frac{1{,}5}{1{,}9}=\frac{3}{3{,}8}=0{,}7895\quad\text{(fölkerekítve)},$$
$$\sin\alpha=\frac{0{,}5}{1{,}9}=\frac{1}{3{,}8}=0{,}2632\quad\text{(fölkerekítve)},$$

a kerekítések irányát úgy választottuk, hogy a táblázatból β helyett inkább valamivel kisebb értéket írjunk föl, α helyett inkább nagyobbat, így belőlük $(\beta-\alpha)$-ra inkább a valódinál kisebb értéket kapunk. Ebben az értelemben

$$\beta>37^\circ51'\qquad\text{és}\qquad\alpha<15^\circ16',$$

tehát valóban

$$\beta-\alpha>37^\circ51'-15^\circ16'=22^\circ35'.$$

Könnyű most már azt is látni, hogy a sötét és világos ívösszegek egyenlőségéhez – az egyéb követelmények megtartásával – úgy jutunk közelebb, ha a sugarat csökkentjük. Így $\cos\beta$ nő és β csökken, másrészt $\sin\alpha$ és α növekszik.

Megjegyzés. Fölmerült (a III–IV. o. versenyzők számára meghirdetett 1977. dec. 21-i szakköri foglalkozáson), hogy ha O-t a sakktábla egyik határvonalától számítva a második mezősávban választjuk valamelyik belső mezőn, akkor nem egyértelmű a két ívösszeg. Ez így is van. Azonban még a „(belső)” szó előtt az áll, hogy az illető „kört írt” – vagyis ráfért a táblára a köre, *nem körívet* írt! Eszerint a „(belső)” szó tulajdonképpen fölösleges volt, és még zárójelbe téve is inkább zavart okozott, nem amit a szerkesztőség várt. Ezzel ugyanis megtakarítani kívántuk a hosszabb magyarázó mondatot. *Elvünk: ne komplikáljuk a feladatokat!*

II. megoldás. Kiszámítjuk, mekkora r sugár mellett áll be (a fönti jelöléseket tovább is használva)

$$\beta-\alpha=22^\circ 30',$$

azaz

$$\sin(\beta-\alpha)=\sin\beta\,\cos\alpha-\cos\beta\,\sin\alpha=\sin 22^\circ 30'=\sqrt{\frac{1-\cos 45^\circ}{2}}=\sqrt{\frac{2-\sqrt2}{4}}.$$

Legyen röviden $\sin\alpha=\dfrac{1}{2r}=z$, így $\cos\beta=3z$, és egyenletünk

$$\sqrt{1-9z^2}\cdot\sqrt{1-z^2}-3z^2=\sqrt{\frac{2-\sqrt2}{4}},$$

amiből

$$1-10z^2=\frac{2-\sqrt2}{4}+3\sqrt{2-\sqrt2}z^2,$$
$$\frac{1}{4z^2}=r^2=\frac12(2-\sqrt2)\left(10+\sqrt{18-\sqrt{162}}\right).$$

és az iskolai függvénytáblázattal, mindig 4 értékes jegyre számítva

$$r=1{,}898\quad(<1{,}9).$$

Ez megegyezésben van az I. megoldás ama megállapításával, hogy r-et csökkentenünk kell.