

1. Határozzuk meg azt az \overline{abcd} négyjegyű számot, amelyre

$$\overline{abcd} + \overline{abc} + \overline{ab} + \overline{a} = 2003.$$

2. Egy trapéz átlói merőlegesen egymásra, az egyiknek a hossza 5, a trapéz magassága 4. Mekkora a területe?

3. Oldjuk meg a valós számpárok halmazán az alábbi egyenletet:

$$|\sin x + \cos x| = \sqrt{2}(y^2 + 2y + 2).$$

4. Egy háromszögben az α szöget közrezáró oldalak hossza $\sin \alpha$ és $\cos \alpha$, a harmadik oldalé $\sqrt{1 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha}$. Igaz-e, hogy a terület mérőszáma racionális szám?

5. Határozzuk meg az „ a ” valós paraméter értékét úgy, hogy a következő kifejezés értelmezési tartománya üres halmaz legyen:

$$\sqrt{(a^2 - 2a - 3) \cdot x^2 + (2a - 3) \cdot x + 1}.$$

6. Egy növekvő mértani sorozatban az első és az n -edik tag összege 66, a második és az $(n - 1)$ -edik tag szorzata 128, az első n tag összege 126. Írjuk fel a sorozat első n tagját.

7. Oldjuk meg a valós számok halmazán az

$$\frac{a + bx}{a - bx} - \frac{a - bx}{a + bx} = \frac{4ab}{a^2 - b^2}$$

egyenletet, ahol $a \neq 0$, $b \neq 0$, $|a| \neq |b|$ és $a, b \in \mathbb{R}$.

8. Adjuk meg azoknak a valós számoknak a halmazát, amelyekre az alábbi két egyenlőtlenség egyszerre teljesül:

$$(1) \quad x^{\log_{36}(x+6) - \log_6 x} > 1 \quad (2) \quad \sin\left(\cos x + \frac{1}{2}\right) \leq 0$$