

1. Oldjuk meg a következő egyenletet és egyenlőtlenségeket a valós számok halmazán:

a) $|x - 2| + |x + 3| = |(x - 2) + (x + 3)|;$

b) $|x - 2| + |x + 3| > |2x + 1|;$

c) $|x - 2| + |x + 3| < |2x + 1|.$

2. Egy húrtrapéz átlói merőlegesek egymásra. A húrtrapéz területe 16 cm^2 . Számítsuk ki a húrtrapéz magasságának, középvezetési vonalának és átlóinak hosszát. Kiszámíthatók-e az adatokból az oldalhosszúságok?

3. Melyek azok az $(x; y; z)$ számhármak, amelyek kielégítik az $x + y = 4$, $xy = z^2 + 2z + 5$ egyenletrendszert?

4. Oldjuk meg a következő egyenletrendszereket:

$$\left. \begin{array}{l} a) \quad x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \sin x + \cos y = \sqrt{2}. \end{array} \right\} \quad b) \quad \left. \begin{array}{l} 2 \cos x = \sqrt{2}, \\ \sin x + \cos y = \sqrt{2}. \end{array} \right\}$$

5. Az első n , 3-mal osztva 2 maradékot adó szám összegét osszuk el az első n , 4-gyel osztva 1 maradékot adó szám összegével. Mekkora n , ha a hányados $\frac{8}{9}$?

6. Állapítsuk meg, hogy az m valós paraméter mely értékeire lesznek a $2x^2 + 2mx + m^2 - 1 = 0$ egyenlet gyökei valósak, és határozzuk meg ezekre az m értékekre az $f(m) = 2(x_1 + x_2 + x_1x_2 + 1)$ kifejezés legkisebb és legnagyobb értékét, ahol x_1 és x_2 az adott egyenlet megoldásai.

7. Igazoljuk, hogy az a , b , c oldalú háromszög c oldalával szemközti γ szög pontosan akkor (akkor és csak akkor) 120° , ha

$$4s(s - c) = ab, \quad \text{ahol} \quad s = \frac{1}{2}(a + b + c).$$

8. Az $\mathbf{n}(-1; 1)$ vektorra merőleges g egyenes az ordináta tengelyt a C , az $y = (x - 2)^2 + 1$ egyenletű parabolát az A és a B pontokban metszi. Állapítsuk meg a g egyenes egyenletét, valamint az A és B pontok koordinátáit, ha $|\vec{AB}| = 3 \cdot |\vec{AC}|$.