

Képzeld el egy nemzetközi repülőtéren érkezési várótermét. Egy angol anyanyelvű érkező utas fülét angol nyelvű beszélgetés hangja üti meg először, ugyanígy egy magyar utas magyar nyelvű beszélgetésre figyel fel a leghamarább. Akkor is képesek figyelemmel kísérni és megérteni a saját anyanyelvükön zajló beszélgetést, ha a beszélgetéssel egyidejűleg több másik idegen nyelvű beszélgetés is hallható akár ugyanakkora hangerővel. Ezenkívül egy dörmögő férfihang és egy vékony női hang egyvelegét hallgatva is képesek a két beszélőt egymástól függetlenül követni, érteni még akkor is, ha azok ugyanazt a nyelvet beszélik. Nyilvánvalóan két felváltva, nem egyszerre beszélő várótermi utas beszéde is könnyen szétválasztható, megérthető, bár egy ilyen helyzet a valóságban ritkán fordulhat elő. Az előbbi példákban közös, hogy a beszélők és a hallgatók ugyanabban a légtérben, hangtérben tartózkodva próbálnak kommunikálni, és, mint láttuk, a hallgatónak a különböző beszélők beszédének szétválasztására számos lehetőség áll rendelkezésére.

Egy híradástechnikai rendszer esetében is gyakran fordul elő, hogy több felhasználó szeretne a rendszer rendelkezésére álló erőforrásokhoz hozzáférni, azokat igénybe venni. Ilyen erőforrás például a rendszer számára kijelölt frekvenciasáv vagy idő. A zavarmentes kommunikáció megvalósításához tehát a felhasználók számára valamelyik erőforrás megosztásával megfelelően elválasztott „erőforrás-szeleteket” kell kijelölni. A kódosztásos többszörös hozzáférésű kommunikációs rendszerekben többek között a címben hivatkozott ortogonális kódokat használják a különböző kommunikációs csatornák elkülönítésére. A következőkben a *kódosztásos többszörös hozzáférés* (CDMA – Code Division Multiple Access) alapjaival, illetve egy konkrét rendszerrel ismerkedünk meg röviden, majd az ortogonális kódokat vizsgáljuk meg részletesebben.

CDMA alkalmazásakor a különböző felhasználók (pl. mobilkészülékek) ugyanazt a frekvenciasávot ugyanabban az időben használják. A felhasználók jeleinek szétválasztását az azokhoz rendelt egyedi kódokkal oldják meg. Ez a hozzáférési mód leginkább arra a bevezetőbeli példára hasonlít, amelyben a hallgató különböző nyelvű zsvajban próbálja az anyanyelvén hallható beszédet kiszűrni, megérteni. A CDMA-ban adáskor az információ bitségeket az adott csatornához kijelölt kód segítségével számos ún. chippé sokszorozzák<sup>1</sup>. A chip a kódolt jel alapegysége. Vételkor ugyanazzal a kóddal állítják vissza az eredeti biteket. Egy bithez a kód hosszával megegyező számú chipet rendelnek, ezt a számot kiterjesztési tényezőnek nevezik. Az időegység alatt küldött bitek, illetve chippek számát bit-, illetve chipsebességnek nevezik, hányadosuk nyilvánvalóan megegyezik a kiterjesztési tényezővel.

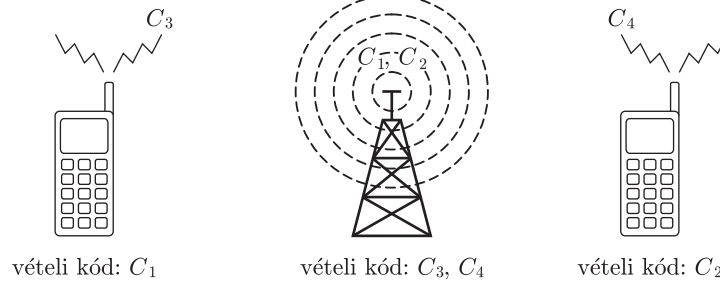
A harmadik generációs mobilkommunikációs rendszer (3G) hozzáférési technológiájának a *szélessávú kódosztásos többszörös hozzáférést* (WCDMA – Wideband CDMA) választották. A WCDMA rövidítés egyben a harmadik generációs rendszer szabványát is jelöli. A rendszer sávzélessége 5 MHz, chipsebessége 3,84 Mchip/s. A 3G szabványosításakor követelményként tűzték ki, hogy a felhasználók különböző sebességű vonal-, illetve csomagkapcsolt szolgáltatásokat egyidejűleg érthessenek el. Vonalkapcsolt szolgáltatás például a videokonferencia, hiszen a kapcsolatnak, a vonalnak a beszélgetés teljes ideje alatt fenn kell állnia, a kommunikációban nem engedhető meg késleltetés. Az Interneten való böngészés pedig csomagkapcsolt szolgáltatás, ugyanis nem szükséges hozzá állandó kapcsolat, az információ továbbítása darabokban, ún. csomagokban késleltetéssel történhet. Sebesség szempontjából a videokonferencia a nagysebességű, míg az Interneten történő böngészés az alacsonysebességű szolgáltatások közé tartozik. Mivel a rendszer chipsebessége állandó, a különböző bitsebességű, sávzélességű csatornák kiterjesztése eltérő kiterjesztési tényezővel, vagyis különböző hosszúságú kódokkal történik.

A WCDMA-ban az ugyanazon adótól származó csatornák elválasztása céljából csatornánként egyedi csatornakódokat alkalmaznak, mellyel kialakul a csatorna eredeti bitsebességétől független chipsebesség. Aztán az így kapott jeleket a *2. ábrán* (lásd később) látható módon egy egyszerű összegzéssel összefogják és ez kerül kisugárzásra<sup>2</sup>.

A csatornakódokat a kommunikáció különböző irányait tekintve tehát a mobilkészülék irányában az ugyanazon bázisállomás által sugárzott, míg az ellenkező irányban az ugyanazon mobilkészüléktől származó csatornák megkülönböztetésére használják. (A mobilkommunikációs rendszerekben az egyes felhasználók nem közvetlenül egymással kommunikálnak, köztük a bázisállomások alkotta átjátszó-rendszer teremti meg a kapcsolatot.) Erre az *1. ábra* mutat egy példát. A bázisállomás a  $C_1$  kóddal kódolt csatornán a bal oldali, míg a  $C_2$  kóddal kódolt csatornán a jobb oldali mobilkészülék számára sugároz információt. Természetesen a két csatorna egyszerre kerül kisugárzásra, ugyanabból a jelből a bal oldali mobilkészülék a  $C_1$ , a jobb oldali pedig a  $C_2$  kód segítségével nyeri ki a számára hasznos, neki szánt információt. A mobilkészülékek adáskor a  $C_3$ , illetve a  $C_4$  kódokkal kódolják jeleiket, a bázisállomás az általa vett jelből a  $C_3$  kóddal a bal oldali, a  $C_4$  kóddal pedig a jobb oldali mobilkészüléktől érkező információt szűri ki. A valóságban, mint már említettük, a kódolás jóval bonyolultabb módon történik.

<sup>1</sup> Az időben változó jelek a frekvenciatartományban spektrumukkal írhatók le, ebből pl. megállapítható, hogy a jel milyen széles frekvencia-intervallumban, frekvenciasávban helyezkedik el. A CDMA-ban a kódolás során egy, a kódolás előtti jelhez képest gyorsabban változó, vagyis nagyobb sávzélességű jelet kapunk, ezért nevezik a kódosztásos többszörös hozzáférésű rendszereket spektrum-kiterjesztésű vagy szűrt spektrumú rendszereknek is.

<sup>2</sup> A valóságban a jel kisugárzása előtt a különböző adók jeleinek megkülönböztetésére adónként egyedi, álvéletlen tulajdonságú, ún. „zagváló” kódokat is alkalmaznak. Ezt a műveletet az egyszerűség kedvéért a *2. ábra* nem tartalmazza. Vételkor a kétféle kód alkalmazása éppen fordítva történik. A továbbiakban mi itt csak a csatornakódokkal foglalkozunk.



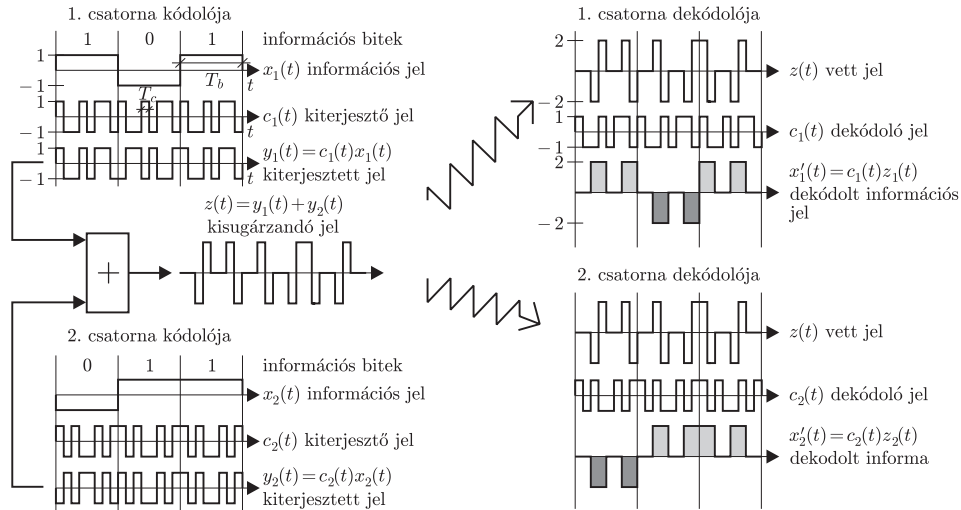
1. ábra. Példa a kommunikáció különböző irányokban használt csatornakódok kijelölésére

A 2. ábra a WCDMA leegyszerűsített működését mutatja be két csatorna esetére. Először vizsgáljuk meg, hogyan áll elő az adó által kisugárzandó jel. Az információs bitek alkotta jelfolyam egy bináris értékű sorozatként fogható fel:

$$x_n \in \{0, 1\}, \quad n \text{ egész.}$$

Az  $(x_n)$  sorozathoz egy kétértékű függvényt rendelnek:

$$x(t) = (-1)^{x_{n+1}}, \quad nT_b \leq t < (n+1)T_b, \quad \text{ahol } T_b \text{ a bitidő.}$$



2. ábra. Számpélda a WCDMA rendszer leegyszerűsített működésére. A dekódolás után valóban a kódolás előtti biteket nyerjük vissza.

A kód egy rendezett szám  $k$ -s:  $\mathbf{c} = (c_1 \ c_2 \ \dots \ c_k)$ , ahol  $c_i = \pm 1$  a kód komponensei,  $i = 0, \dots, k-1$  és  $k$  a kód hossza. A kódhoz is egy kétértékű függvényt rendelnek:

$$c(t) = c_{n \bmod k}, \quad nT_c \leq t < (n+1)T_c,$$

ahol  $T_c$  a chipidő és  $T_b = kT_c$ .

Az  $y(t)$  kiterjesztett jelet az  $x(t)$  információs jel és a  $c(t)$  kiterjesztő jel összeszorzásával nyerik. A két csatorna kódolt, kiterjesztett jelét egy egyszerű összegzéssel egyetlen  $z(t)$  jellé fogják össze, ez kerül kisugárzásra:

$$z(t) = y_1(t) + y_2(t) = c_1(t)x_1(t) + c_2(t)x_2(t).$$

Vételkor a  $z(t)$  vett jelből a  $c(t)$  kiterjesztő (dekódoló) jellel dekódolják az információs jelet:

$$\begin{aligned} x'_1(t) &= c_1(t)z(t) = c_1(t)c_1(t)x_1(t) + c_1(t)c_2(t)x_2(t), \\ x'_2(t) &= c_2(t)z(t) = c_2(t)c_1(t)x_1(t) + c_2(t)c_2(t)x_2(t). \end{aligned}$$

A vett bit értékét az  $x'(t)$  dekódolt jel alatti előjeles területnek az adott bit tartamára vonatkoztatott értéke határozza meg. Ha a két információs jel azonos bitsebességű, egy bit tartama alatt az  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  jelek állandók, vagyis az említett előjeles terület a  $c_1(t)c_1(t)$ , illetve  $c_2(t)c_2(t)$  és a  $c_1(t)c_2(t)$  görbék alatti előjeles területtől és az  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  jelek az adott bit tartama alatti (állandó) értékétől függ. A  $k$  hosszúságú  $\mathbf{c}^m$ ,  $\mathbf{c}^n$  kódokhoz rendelt kiterjesztő

függvények  $c_m(t)c_n(t)$  szorzata alatti előjeles terület egy bit tartamára vonatkoztatott értékét a két kód szorzatának nevezzük. (A  $\mathbf{c}^m$  jelölésmódban  $m$  felső index, mely az egyes kódok megkülönböztetését szolgálja.) A szorzat értéke a

$$\mathbf{c}^m \cdot \mathbf{c}^n = \sum_{i=0}^{k-1} c_i^m \cdot c_i^n$$

kifejezés alapján határozható meg. A vett bit értékére vonatkozó döntés alapjául szolgáló előjeles terület értéke az 1-es dekódoló esetében tehát a

$$(\mathbf{c}^1 \cdot \mathbf{c}^1)x_1(t) + (\mathbf{c}^1 \cdot \mathbf{c}^2)x_2(t),$$

míg a 2-es dekódoló esetében a

$$(\mathbf{c}^2 \cdot \mathbf{c}^1)x_1(t) + (\mathbf{c}^2 \cdot \mathbf{c}^2)x_2(t)$$

kifejezés alapján számítható ki. Vagyis, ha

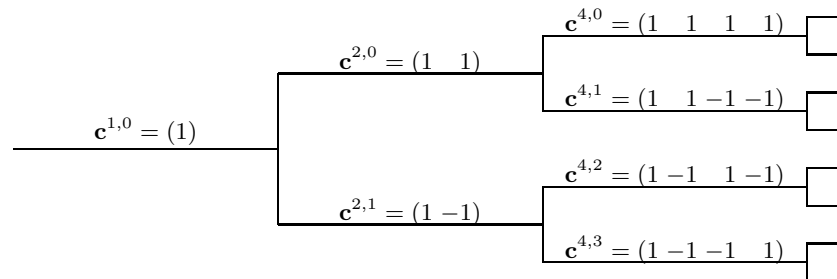
$$\mathbf{c}^1 \cdot \mathbf{c}^2 = 0,$$

akkor az  $r$ -edik ( $r = 1; 2$ ) dekódolóban előálló előjeles terület csak az  $r$ -edik csatornán küldött bit értékétől függ, ami éppen az átvitel célja. Ha két kód szorzata zérus, akkor ortogonálisnak nevezzük őket. Egy kód önmagával vett szorzata nyilvánvalóan éppen a kód hossza. Következésképpen, ha a két példabeli csatornához rendelt kód ortogonális, akkor a terület az adott bithez rendelt  $\pm 1$  érték és a kód hosszának a szorzata. Tehát, ha az előjeles terület értéke a kód hossza, akkor a küldött bit „1”-es, ha pedig a kód hosszának ellentettje, akkor a küldött bit „0”-s értékű. (Könnyen ellenőrizhető, hogy a számpéldában használt két kód ortogonális.)

Ortogonalis kódok pl. a WCDMA rendszerben használt Walsh-kódok, melyek a *J. L. Walsh* által 1923-ban publikált és róla elnevezett Walsh-függvényekből (is) származtathatók. A Walsh-kódokat egyszerű módon például az úgynevezett kódfa segítségével állíthatjuk elő. A 3. ábrán látható kódfa a következőképpen épül fel: A fa minden ágához egy kódot rendelünk, minden elágazáskor két új ág, vagyis két új kód keletkezik. Az első új ághoz tartozó kódot ( $\mathbf{c}^{2k,2l}$ ) a „szülőág” kódjának ( $\mathbf{c}^{k,l}$ ) önmaga után fűzésével nyerjük, míg a második „utódághoz” rendelt kódot ( $\mathbf{c}^{2k,2l+1}$ ) úgy kapjuk meg, hogy a „szülőág” kódja mögé annak ellentettjét ragasztjuk. A kódfa kiinduló „ősághoz” az (1) kódot rendeljük. A kódok generálása formálisan a következő:

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^{1,0} &= (1), \\ c_i^{2k,2l} &= c_i^{2k,2l+1} = c_i^{k,l}, & i &= 0, \dots, k-1, \\ c_i^{2k,2l} &= -c_i^{2k,2l+1} = c_{i-k}^{k,l}, & i &= k, \dots, 2k-1, \\ l &= 0, \dots, k-1, & k &= 2^p, \end{aligned}$$

ahol  $c_i^{k,l}$  a kódfa  $k$  indexű szintje  $l + 1$ -edik kódjának  $i + 1$ -edik komponense,  $i = 0, \dots, k-1$ .



3. ábra. A Walsh-kódokat generáló kódfa

A következőkben röviden ellenőrizzük a fa kódjainak ortogonalis tulajdonságát.

**1A. állítás.** *Egy elágazáskor keletkező két utódkód ( $\mathbf{c}^{2k,2l}$  és  $\mathbf{c}^{2k,2l+1}$ ) ortogonalis egymásra.*

**Igazolás.** A két kódban az összefűzés helyétől balra elhelyezkedő komponensek ( $i = 0, \dots, k-1$ ) értékei egymással megegyeznek, míg az attól jobbra találhatóak ( $i = k, \dots, 2k-1$ ) értékei éppen egymás ellentettjei. Továbbá az összeragasztott kódrészletek egyforma ( $k$ ) hosszúságúak és a komponensek mind egységnyi abszolút értékűek. A két kód szorzata

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^{2k,2l} \cdot \mathbf{c}^{2k,2l+1} &= \sum_{i=0}^{2k-1} c_i^{2k,2l} \cdot c_i^{2k,2l+1} = \sum_{j=0}^{k-1} c_j^{k,l} \cdot c_j^{k,l} + \sum_{j=0}^{k-1} c_j^{k,l} \cdot (-c_j^{k,l}) = \\ &= \sum_{j=0}^{k-1} 1 + \sum_{j=0}^{k-1} (-1) = k + (-k) = 0, \end{aligned}$$

vagyis a két kód ortogonalis.

**1B. állítás.** Ha a fában két, azonos szinten ( $k > 1$ ) lévő szülő kód ortogonális ( $\mathbf{c}^{k,l}$  és  $\mathbf{c}^{k,m}$ ), akkor a tőlük közvetlenül származó „utód kódok” ( $\mathbf{c}^{2k,2l+a}$  és  $\mathbf{c}^{2k,2m+b}$ ) is ortogonálisak egymásra.

**Igazolás.** A két kód szorzatára:

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^{2k,2l+a} \cdot \mathbf{c}^{2k,2m+b} &= \sum_{i=0}^{2k-1} c_i^{2k,2l+a} \cdot c_i^{2k,2m+b} = \\ &= \sum_{j=0}^{k-1} c_j^{k,l} \cdot c_j^{k,m} + \sum_{j=0}^{k-1} (-1)^a \cdot c_j^{k,l} (-1)^b c_j^{k,m} = \\ &= \sum_{j=0}^{k-1} c_j^{k,l} \cdot c_j^{k,m} + (-1)^{a+b} \sum_{j=0}^{k-1} c_j^{k,l} \cdot c_j^{k,m} = (1 + (-1)^{a+b}) (\mathbf{c}^{k,l} \cdot \mathbf{c}^{k,m}) = 0, \\ a, b &= 0, 1, \quad l = 0, \dots, k-1, \quad m \neq l. \end{aligned}$$

**1. állítás.** Ha a fa  $k > 1$  indexű szintjén a kódok páronként ortogonálisak, akkor az ebből származó  $2k$  indexű szinten is páronként ortogonálisak lesznek a kódok.

**Igazolás.** Az állítás igazsága az 1A. és 1B. állítások igazságából következik.

**2. állítás.** A 2 indexű kódok ortogonálisak.

**Igazolás.** Felírva a két kód szorzatát:

$$\mathbf{c}^{2,0} \cdot \mathbf{c}^{2,1} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) = 0.$$

**Állítás.** A kódfa  $k = 2^p$  ( $k > 1$ ) indexű szintjén található kódok páronként ortogonálisak.

**Igazolás.** Használjuk a teljes indukciót: A 2. állítás igazsága miatt az állítás igaz  $k = 2$ -re, az 1. állítás igazsága miatt az állítás igazsága öröklődik  $k = 2$ -ről  $k = 4$ -re,  $k = 4$ -ről  $k = 8$ -ra és stb., az összes  $k = 2^p$ -re.

A fa  $k$  indexű szintjén elhelyezkedő kódokat  $k$ -ad rendű Walsh-kódoknak nevezik.

A kódok szimmetria tulajdonságaik következtében eltérő bitsebességű csatornák esetén is biztosítják azok elválasztását. Két különböző sáv szélességű csatorna elválasztása akkor jön létre, ha a szeparációra használt kódok közül a rövidebbik nem „őse” a hosszabbiknak. Az állítás igazolása a fentiekhez hasonló módszerrel történhet, a bizonyítást az olvasóra bízunk.

## Irodalom

- [1] Ericsson WCDMA System Overview, EN/LZT 123 6208 R2A.
- [2] J. S. Lee and L. E. Miller: CDMA Systems Engineering Handbook, 1998, Artech House, Boston, London.