

Ebben a tanévben 2002. november 14-én került megrendezésre a Hajdú-Bihar megyei középiskolák Matematikai Tanulmányi Versenye a Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézete és a Bolyai János Matematikai Társulat megyei Tagozata szervezésében. A versenyen a város és a megye középiskolai tanulói indulhattak 3 kategóriában (gimnázium, speciális matematikai tagozat, szakközépiskola). A résztvevők száma meghaladta az ezret.

Az egyes évfolyamok feladatsorait az egyetemi oktatók állították össze, a 9. évfolyamét *Kovács András*, a 10. évfolyamét *Kántor Sándor*, a 11. évfolyamét *Páles Zoltán*, a 12. évfolyamét *Kántor Sándorné*, felhasználva a *Deli Lajos* szaktanácsadó által beküldött feladatjavaslatokat.

A verseny koordinátora *Lajkó Károly*, a versenybizottság vezetője *Kántor Sándorné* volt.

Az idén a 9. és a 12. évfolyam feladatsora<sup>1</sup> bizonyult nehezebbnek, 100%-os eredmény nem született.

A versenybizottság 37 tanár 65 diákjának teljesítményét részesítette díjban vagy dicséretben.

**A verseny eredményei:** (A rövidítések jelentései: FMG: Fazekas Mihály Gimnázium, Debrecen; TÁG: Tóth Árpád Gimnázium, Debrecen; Bocskai: Bocskai István Gimnázium, Hajdúböszörmény; Dóczy: Dóczy Gedeon Református Gimnázium, Debrecen; DE Kossuth: Debreceni Egyetem Kossuth Lajos Gyakorló Gimnáziuma; Hőgyes: Hőgyes Endre Gimnázium, Hajdúszoboszló; Mechwart: Mechwart András Szakközépiskola, Debrecen; Gábor D.: Gábor Dénes Szakközépiskola, Debrecen).

### 9. évfolyam:

Gimnáziumok: I. díj: *Boross Péter* (TÁG), II. díj: *Karancsi János* (DE Kossuth), III. díj: *Dobos Péter* (Hőgyes), *Kovács Péter* (DE Kossuth).

Speciális matematika tagozat: I. díj: *Farkas Csaba*, *Maleskovits Dávid*, *Trócsányi Miklós* (FMG), II. díj: *Kiss Judit* (FMG).

Szakközépiskolák: III. díj: *Bessenyei Csilla* (Mechwart).

### 10. évfolyam:

Gimnáziumok: I. díj: *Szentjóni Anna* (Hőgyes), II. díj: *Fábi László* (Dóczy), III. díj: *Láda Erika* (Bocskai), *Sóvágy Sándor* (Bocskai), *Víg Róbert* (TÁG).

Speciális matematika tagozat: I. díj: *Bardóczi Ádám*, *Kolbe Balázs* (FMG), II. díj: *Krusper Márta* (FMG), III. díj: *Tókési Gergely* (FMG).

Szakközépiskolák: III. díj: *Madar Zoltán* (Mechwart).

### 11. évfolyam:

Gimnáziumok: I. díj: *Egri Attila* (Hőgyes), II. díj: *Balogh Tamás* (DE Kossuth), *Sum Zsuzsa* (DE Kossuth), III. díj: *Császi Attila* (Bocskai), *Szilágyi Péter* (DE Kossuth).

Speciális matematika tagozat: I. díj: *Dányádi Zoltán*, *Papp Gábor*, *Tuska Gábor* (FMG).

Szakközépiskolák: I. díj: *Bényei Antal* (Gábor D.), II. díj: *Nagy Norbert* (Mechwart).

### 12. évfolyam:

Gimnáziumok: I. díj: *Sántha Katalin* (Bocskai), III. díj: *Nádasi Levente* (Dóczy), *Sepsi Örs* (Dóczy), *Zabos Erika* (Bocskai).

Speciális matematika tagozat: I. díj: *Csóka Endre* (FMG), II. díj: *Kormos Attila* (FMG).

## A 9. évfolyam feladatsora

### Kovács András

1. Egy sakktáblán 8 sorban és 8 oszlopban helyezhetjük el a bábukat, azaz a táblán 64 négyzet alakú mező van. Valójában hány olyan négyzetet fedezhetünk fel a sakktáblán, amelynek oldalai a tábla széleivel párhuzamosak? (8 pont)

2. Négy szobor egy paralelogramma csúcaiban helyezkedik el: a szemközti szobrok távolsága 30 m, illetve 90 m. Hogyan lehet megtervezni egy 2 m széles körgyűrű alakú utat, ha azt akarjuk, hogy ez mind a négy szobortól egyenlő távolságra haladjon? (A körgyűrű és a paralelogramma középpontja egybeesik.) Hány köbméter kavicsot kell az út létrehozásához felhasználni, ha a kavicsot 5 cm vastagon terítjük szét a földön? (10 pont)

3. Tekintsük az  $A$  halmaz összes részhalmazát. Adjuk össze a bennük lévő számokat külön-külön, majd képezzük ezeknek is az összegét. Milyen értéket kapunk, ha tudjuk, hogy az alábbi két halmaz egyenlő:  $A = \{x - 237; 7x + 5y - 637; 5x - 7z + 943\}$ ,  $B = \{x + 237; 501 + x; 3x + 729\}$ . ( $x, y, z$  racionális számok.) (12 pont)

4. Egy vonat, amely Debrecenből Budapestre megy, útközben pályafelújítás miatt kénytelen sebességét az  $n$ -ed részére csökkenteni; ezáltal  $a$  órát késik. Ha a munkálatok Debrecenhez  $b$  kilométerrel közelebb kezdődnének, a késés  $c$  óra lenne. Hány kilométert tett meg eredetileg a vonat óránként? (14 pont)

<sup>1</sup>Ezt a két feladatsort közöljük lapunkban.

5. Oldjuk meg a racionális számok halmazán a

$$\sqrt{x} + |x| - [x] = 0$$

egyenletet. ( $[x]$  az  $x$  szám egészrészét, azaz azt a legnagyobb egész számot jelöli, amely nem nagyobb az  $x$  számnál. Például  $[1,2] = 1$ .) (16 pont)

## A 12. évfolyam feladatsora

Deli Lajos

1. Oldja meg a valós számok halmazán a

$$|\cos x| \cos x \leq \frac{1}{2}$$

egyenlőtlenséget! (8 pont)

2. Határozza meg a  $p$  valós paraméter értékeit úgy, hogy

a) az  $x \mapsto px^2 - 2x + p + 1$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) polinomfüggvény legnagyobb értéke 1 legyen,

b) az  $x \mapsto px^2 - 2x + p + 1$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) polinomfüggvény legkisebb értéke  $-1$  legyen.

Mindkét esetben adja meg a szélsőérték helyét is! (10 pont)

3. Adott az  $O_1$  középpontú  $R_1$  sugarú  $k_1$  kör és az  $O_2$  középpontú  $R_2$  sugarú  $k_2$  kör, amelyek egymást kívülről érintik. Vegye fel az  $O_1O_2$  szakasz fölé a  $k_3$  Thalész kört, és azt az  $r$  sugarú  $k$  kört, amely a  $k_1$  kört is és a  $k_2$  kört is kívülről, a  $k_3$  kört belülről érinti.

a) Fejezze ki a  $k$  és  $k_3$  körök  $r$  és  $R$  sugarát az  $R_1$  és  $R_2$  sugarak segítségével.

b) Bizonyítsa be, hogy  $8r \leq R_1 + R_2$ . (13 pont)

4. Bizonyítsa be, hogy akárhány különböző pozitív egész szám négyzete összege kisebb 2-nél! (14 pont)

5. Az  $ABCDM$  négyoldalú gúla alaplappja olyan trapéz, amelyben  $\frac{1}{2}AD = AB = BC = CD = a$ . A gúla magasságának talppontja a trapéz átlóinak  $O$  metszéspontjában van. A gúla  $AM$  és  $CM$  oldalélei merőlegesek egymásra. Mekkora a gúla térfogata és felszíne? (15 pont)