A kanadai Euréka című matematikai folyóirat egy régi számában találkoztam a következő feladattal, amelyet Harry L. Nelson kaliforniai professzor javasolt:

Bizonyítsuk be, hogy ha egy szabályos háromszöget 5 egyenlő szárú háromszögre osztunk fel, akkor a részek között csak 0, 1 *vagy* 2 *szabályos háromszög fordulhat elő.*

A feladat állítására – meglepő módon – sem a bizonyítás, sem pedig a cáfolat nem ismert. Könnyen látható viszont, hogy 0, 1, ill. 2 szabályos háromszöget tartalmazó felosztás létezik: ezeket a következő ábrákon mutatjuk be.

1988-12-439-1.eps

1. ábra

Könnyen meggondolhatjuk azt is, hogy mind az 5 háromszög nem lehet szabályos. Mivel a felbontandó háromszög szabályos, nyilvánvaló, hogy mindegyik csúcsban legfeljebb egy szabályos háromszög helyezkedhet el; ez háromféleképpen valósulhat meg:

1) A szomszédos háromszögeknek van közös csúcsuk (2. ábra). Ekkor a középső szabályos háromszög már biztosan nem osztható tovább két szabályos háromszögre.

1988-12-440-1.eps

2. ábra

2) A háromszögek közül két-két szomszédosnak van közös csúcsa. Ekkor a maradék négyszög ugyancsak nem osztható tovább két szabályos háromszögre (3. ábra).

1988-12-440-2.eps

3. ábra

3) Ha a levágott szabályos háromszögeknek nincs közös csúcsuk, akkor a maradék rész legalább ötszög (vagy hatszög), s ezeket semmilyen két háromszögre sem lehet felosztani (4. ábra).

1988-12-440-3.eps

4. ábra

A fenti észrevételek szerzőjének is az a véleménye, hogy a feladat állítása igaz, tehát a felbontásban nem fordulhat elő 3 vagy 4 szabályos háromszög. Ezt azonban mindmáig nem sikerült bizonyítani.

Érdekes, hogy sokszor ilyen egyszerű feladat is megoldatlan problémának bizonyul.

(E. F.)