Az alábbiakban – a jövő évi olimpiára, vagy egyéb versenyekre készülők tájékoztatására – közöljük az idei olimpiai válogatóverseny, a 2002. májusában Budapesten megrendezett Kunfalvi-verseny I. fordulójának elméleti feladatait. (A feladatok megoldására *5 óra* állt rendelkezésre.) A II. és III. forduló feladatai közül néhánnyal majd a pontversenyben kitűzött feladatok között találkozhatnak az érdeklődők.

1. feladat. Egy fizikus, akit új szórakoztató masina tervezésével bíztak meg, a következő berendezés megépítését javasolta:

Egy függőleges tengelyű, változtatható fordulatszámú motorral forgatható hengert megfelelő állványon úgy helyezünk el egy műjégpálya fölé, hogy a henger alapja majdnem éri a jeget. A henger palástjára egy vékony, de erős és hajlékony acélkábel egyik végét rögzítjük, a kábel másik végéhez pedig egy kis kabint erősítünk. A henger alapkörének sugara $r = 2{,}2$ m, a kábel hossza pedig éppen az alapkör $2r$ átmérőjével egyezik meg.

A kabinba beül a szórakozni vágyó vendég, és a hengert eleinte lassan, majd óvatosan növelve a fordulatszámot egyre gyorsabban megforgatják. A kabin csúszik a jégen, de a kábel mindvégig a levegőben marad. A súrlódási együttható a kabin és a jég között $\mu = 0{,}014$. A légellenállás figyelmen kívül hagyható.

(a) Határozd meg, hogy a henger viszonylag lassú forgása esetén milyen kapcsolat állapítható meg a henger ω szögsebessége és a kabinnak a forgástengelyről mért R távolsága között! A kabin mérete elhanyagolható.) Fejezd ki ω-t R és a feladat többi paramétere segítségével!

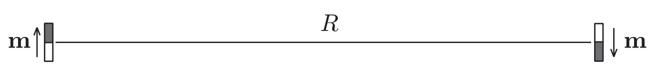
(b) Határozd meg, hogy a henger viszonylag gyors forgása esetén milyen kapcsolat állapítható meg a henger ω szögsebessége és a kabinnak a forgástengelyről mért R távolsága között! Fejezd ki ω-t R és a feladat többi paramétere segítségével!

(c) Mekkora az $\omega^\star$ kritikus szögsebesség, amelynél lassúbb forgásnál az (a) alkérdésben szereplő formula, felette pedig a (b) alkérdésben szereplő formula érvényes.

(d) Ábrázold vázlatosan az $R(\omega)$ függvényt a teljes szögsebesség-tartományban!

(e) Legfeljebb mekkora fordulatszámmal szabad működtetni a berendezést, ha a kabinban ülő embert nem akarjuk $3g$-nél nagyobb „effektív gravitációs gyorsulásnak" kitenni?

2. feladat. Két azonos, $\mathbf{m}$ mágneses nyomatékú, kisméretű rúdmágnes R távolságra helyezkedik el egymástól az *1. ábrán* látható módon. (R sokkal nagyobb, mint a mágnesek mérete.)



1. ábra

a) Hogyan függ a bal oldali rúdmágnes által létrehozott mágneses indukció nagysága a jobb oldali rúdmágnes helyén az R távolságtól? Határozd meg ezen a helyen a mágneses indukció pontos kifejezését!

b) Mekkora munkával tudjuk a jobb oldali mágnest elforgatni úgy, hogy a mágneses nyomatéka azonos irányú legyen, mint a rögzített bal oldali mágnesrúdé?

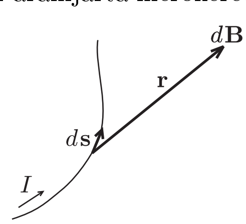
c) Milyen irányú és mekkora erővel hatnak egymásra a mágnesrudak az elforgatás előtt?

d) Mikor végzünk több munkát és hányszor többet, ha a jobb oldali mágnesrudat az a) pontban leírt módon elforgatjuk, vagy ha a forgatás helyett az R szakasz meghosszabbítása mentén nagyon messzire eltávolítjuk a rögzített bal oldali mágnesrúdtól?

Útmutatás. Ez a feladat (mint a legtöbb fizika probléma) többféleképpen is megoldható. Így az alább felsorolt segítségek mindegyikére csak akkor lesz szükséged, ha sokféle megoldással próbálkozol.

1. A mágneses nyomatékot a következő módon definiálhatjuk: $\mathbf{B}$ mágneses indukciójú térben $\mathbf{m}$ mágneses nyomatékú, kisméretű rúdmágnesre $\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$ forgatónyomaték hat.

2. A kisméretű rúdmágnest megfelelő módon áramjárta mérőkerettel is helyettesíthetjük.



2. ábra

3. A Biot–Savart-törvény azt mondja ki, hogy a *2. ábrán* látható $I\,d\mathbf{s}$ áramelem járuléka a mágneses indukcióhoz

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\,d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3}.$$

4. Az elektrosztatika és a magnetosztatika törvényei között analógiát fedezhetünk fel. Az elektrosztatikában egy elektromos dipólus elektromos dipólnyomatékát a pozitív töltés nagysága és a negatív ponttöltésből a pozitívba mutató vektor szorzataként definiáljuk. Ennek megfelelően a mágneses dipól esetén bevezethetjük a póluserősség fogalmát, és

így a mágneses nyomatékot az északi póluserősség és a déli pólusból az északiba mutató vektor szorzataként adhatjuk meg. Az állandók megfelelő megválasztásával a póluserősségek között „mágneses Coulomb-törvényt” is felírhatunk.

5. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \dfrac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$.

3. feladat. Egy részecskegyorsítóban kezdetben állónak tekinthető $-e$ töltésű, m tömegű elektronokat U_0 feszültségű sztatikus elektromos térrel felgyorsítva a z tengely irányában haladó párhuzamos nyalábot állítanak elő.

(a) Mekkora p impulzusra tesznek szert az elektronok, ha a klasszikus mechanika törvényei szerint számolunk?

(b) Mekkora p impulzusra tesznek szert az elektronok, ha a relativisztikus fizika törvényei szerint számolunk? Mekkora U_{kritikus} érték felett szükséges a relativisztikus hatások figyelembe vétele?

(c) A részecskenyaláb egy olyan tartományon halad keresztül, amely d szélességű, és benne B_0 nagyságú, y tengely irányú homogén mágneses mező található. Hogyan mozog az elektronnyaláb a mágneses réteg elhagyása után, ha d igen kicsiny, és emiatt a részecskék mozgásiránya csak kis mértékben változik meg? Készíts vázlatos ábrát!

(d) Cseréljük ki gondolatban az elektronnyalábot fénynyalábra! Milyen optikai eszközzel kellene helyettesíteni a (c) pontbeli mágneses teret, hogy hatása a fényre ugyanaz legyen, mint a mágneses mező hatása az elektronokra? Add meg az optikai eszköz nevét és a rá jellemző adat(ok)nak a feladat többi paraméterével (U_0, e, m, B_0, d) való kapcsolatát megadó képlete(ke)t! Vizsgáld meg külön-külön a nemrelativisztikus ($v \ll c$) és az erősen relativisztikus ($v \approx c$) határeseteket!

(e) Kikapcsoljuk az előzőekben vizsgált mágneses teret ($B_0 = 0$), és egy másfajta, ún. kvadrupól-téren engedjük át a részecskenyalábot. Ez egy olyan tartomány, amely d szélességű, és benne az elektronnyaláb haladási irányára merőleges, inhomogén mágneses mező található. A mágneses indukció vektorának komponensei:

$$B_x = \alpha \cdot y, \quad \text{illetve} \quad B_y = \alpha \cdot x,$$

ahol α egy adott (pozitív) állandó, a koordináta-rendszer kezdőpontja pedig a nyaláb szimmetriatengelyére esik. Hogyan mozog az elektronnyaláb a mágneses réteg elhagyása után, ha d igen kicsiny, és emiatt a részecskék mozgásiránya csak kis mértékben változik meg? Készíts vázlatos ábrát az $x-z$ síkban érkező, illetve az $y-z$ síkban érkező elektronok mozgásáról! (Elegendő a nyaláb szimmetriatengelyéhez közeli, és azzal kis szöget bezáró impulzussal rendelkező részecskékkel foglalkoznod.)

(f) Cseréljük ki gondolatban az elektronnyalábot fénynyalábra! Milyen optikai eszközzel kellene helyettesíteni az (e) pontbeli mágneses teret, hogy hatása a fényre ugyanaz legyen, mint a mágneses mező hatása az elektronokra? Add meg az optikai eszköz nevét és a rá jellemző adat(ok)nak a feladat többi paraméterével (U_0, e, m, α, d) való kapcsolatát megadó képlete(ke)t! Vizsgáld meg külön-külön az $x-z$ és az $y-z$ síkokban érkező részecskéket, illetve a nemrelativisztikus és az erősen relativisztikus határeseteket!

(g) A nyalábot most két, egymás után elhelyezett kvadrupól-téren vezetjük keresztül. Az egyiket $\alpha = \alpha_1 > 0$, a másikat $\alpha = -\alpha_2 < 0$ paraméter jellemzi, és a két tartomány távolsága L ($L \gg d$). Hogyan kell megválasztanunk L értékét, ha azt szeretnénk elérni, hogy az összes elektron (a korábban alkalmazott közelítésben) egy ponton haladjon keresztül. A második kvadrupól-tértől (a tengely mentén mérve) mekkora f távolságban helyezkedik el ez a „fókuszpont”?