Gergő (Grünwald) Gézáné matematikus, egyetemi adjunktus tiszteletére

Rábai Imre

1. Az $ABCD$ háromszög oldalai $AB = 20$, $BC = 13$, $CA = 11$ egység hosszúak. Számítsuk ki a háromszög területét, valamint a beírható és körülírható körének sugarát!

2. Oldjuk meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet.

$$\left(x^2+x+1+\frac{2}{x-1}\right)\left(x^2-x+1-\frac{2}{x+1}\right)=x^4+x^2+1$$

3. A (b_n) számtani sorozat első tagja $b_1 = 3$, különbsége $d_1 = 4$; a (c_k) számtani sorozat első tagja $c_1 = 2$, különbsége $d_2 = 7$. A két sorozat közös tagjai az (a_m) sorozatot határozzák meg. Fejezzük ki m-mel az (a_m) sorozat első m tagjának az összegét!

4. Egy háromszög két oldalának hossza b és c egység, és tudjuk, hogy a háromszög területe $T = a^2 - (b-c)^2$. Fejezzük ki b-vel és c-vel a háromszög a oldalának hosszát!

5. Oldjuk meg a valós számpárok halmazán a következő egyenletrendszert!

$$3^{1+2\log_3(y-x)} = 48$$
$$2\log_5(2y-x-12) = \log_5(y-x) + \log_5(y+x).$$

6. Oldjuk meg a

$$2\sin 2x = 2\sqrt{6}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+3$$

egyenletet a valós számok halmazán!

7. Az $x + y = 15$ egyenletű egyenes az x tengelyt az A, az y tengelyt a B pontban metszi. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely merőleges a $3x + y = 2002$ egyenletű egyenesre, metszi az OB szakaszt a C, az AB szakaszt a D pontban, és amelyre az $OADC$ négyszög területe 58,5 területegység, ahol O az origó!

8. Bizonyítsuk be, hogy ha valamely $(x;y)$ számpárra $x^2 + y^2 = 18$, akkor $|x+y| \le 6$. Mely számpárokra áll fenn az egyenlőség?