Az idei matematikaversenyt a szombathelyi Berzsenyi Dániel Tanárképző Főiskola rendezte meg 2002. március 26. és 28. között. Hat város főiskolájának hallgatói mérték össze tudásukat. A verseny egyéni, ezért nem jelentett gondot, hogy a szokásos 5-5 fős csapatok helyett idén két főiskola is csak 4 fős csapatot indított. A dolgozatokat március 27-én délelőtt írták a hallgatók. A feladatokat a főiskolák oktatóinak javaslatai alapján állította össze a verseny elnöke, *Urbán János.* Minden város javaslataiból választott egyet-egyet, majd – ahogyan korábban is – a saját feladatával megtoldva állt össze az alábbi hét feladat.

1. Hány olyan 2002-nél nem nagyobb pozitív egész n szám van, amelyre az

$$\frac{5n+13}{11n+20}$$

tört egyszerűsíthető?

2. Adjuk össze a Pascal-háromszög harmadik sorától kezdve minden sor harmadik elemének reciprokát. Konvergens-e az így kapott végtelen sor, és ha igen, mennyi az összege?

3. Adott az egységnyi sugarú kör, valamint a k kör két, egymással párhuzamos érintője, e_1 és e_2. Szerkesszünk egy olyan s_1 kört, amely kívülről érinti e_1-et is. Majd szerkesszük meg azt az s_2 kört, amely érinti k-t, e_2-t és s_1-et. Hogyan függ az s_2 kör sugara az s_1 kör sugarának megválasztásától?

4. Határozzuk meg a valós számokon értelmezett valós értékű f függvény periódusát, ha

$$f(x) = \sin ax - \cos\frac{x}{a},$$

és $a \neq 0$ rögzített valós szám!

5. Az $ABCD$ négyzet belsejében P és Q olyan pontok, amelyekre

$$PAQ\sphericalangle = PCQ\sphericalangle = 45^\circ.$$

Fejezzük ki a PQ szakasz hosszát a BP és DQ szakaszok hosszával!

6. Adjuk meg azokat az x racionális számokat, amelyekre teljesül, hogy $\sqrt{x^2 - x + 1}$ is racionális szám!

7. Adott 11 pozitív egész szám, amelyek egyikének sincs 30-nál nagyobb prímosztója. Bizonyítsuk be, hogy a számok közül kiválasztható néhány különböző (esetleg csak egy, esetleg az összes) úgy, hogy a kiválasztott számok szorzata négyzetszám!

A korábbi években is előfordult, hogy volt olyan feladat, amellyel a hallgatók nem tudtak megbirkózni. A dolgozatírásra kapott 5 óra nem mindig teszi lehetővé, hogy minden feladattal foglalkozzanak. Idén az 5. feladatba tört bele a bicskájuk, bár ez a leginkább csak technikát igénylő feladat koordináta-geometriai módszerekkel megoldható. A versenyen elemi geometriai megoldás született rá. A 3. feladat félreértésre adhat okot; nemcsak egy ilyen s_1, s_2 körpár szerkeszthető. A teljes diszkusszió túl sok időt vett volna el, a hallgatók erre sem adtak teljes megoldást. A matematika versennyel egyidőben zajlott az informatika verseny. Az együttes eredményhirdetésére és a díjkiosztó ünnepségre másnap, március 28-án került sor. Jövőre Nyíregyházán találkozunk.