Recept

Végy egy tálat. Önts bele 1 dl vizet, 1 dl glicerint (gyógyszertárakban kapható) és 1 teáskanál mosogatószert (a legolcsóbb a legjobb, abban nincs kézkímélő, ami gátolná a hártyaképződést). Miután összekeverted ezeket, márts bele egy fém teásdobozt! Figyeld meg, hogyan változnak a létrejövő függőleges hártyán a színek! Ha úgy érzed, most már tudod, hogy „mi történik” egy szappanhártyán, akkor íme egy másik recept: 2 dl víz, 1 teáskanál mosogatószer és 2 teáskanál méz. Ez a „mézes hártya” receptje. Készíthetsz olyan szappanhártyát is, amely annyira gyorsan kavarog, hogy az egyes színek már nem is láthatók. Ekkor 1 dl vízhez csak 2-3 teáskanál glicerint és 1-2 teáskanál mosogatószert kell tenned! Természetesen te is kitalálhatsz recepteket!

A szappanhártya színei

A fény hullámhosszával (400–800 nm) összemérhető vastagságú szappanhártyára eső fény kis része (4%) visszaverődik, mégpedig egy része a hártya első felületéről, más része a hártya hátsó felületéről. A két közeli felületről visszavert fény találkozásakor (interferenciájakor) egyes hullámok erősödnek, mások gyengülnek. Ennek következtében lesz a visszavert fény színes. Az, hogy mely hullámok erősödnek illetve gyengülnek, függ a hártya vastagságától. Így a visszavert fény színeiből kiszámíthatjuk, hogy körülbelül milyen vastag lehet egy piros színű csík a hártyánkon.

1. ábra

Essen λ hullámhosszúságú (monokromatikus) fény a t vastagságú lemezre α szög alatt (*1. ábra*). Az A-ban és C-ben megjelenő sugarak interferenciájára vagyunk kíváncsiak: ehhez a találkozó hullámok közötti Δs optikai útkülönbséget (a törésmutatóval súlyozott utak különbségét) kell meghatároznunk. Ha a levegő törésmutatóját 1-nek, a hártyáét

n-nek vesszük, akkor

$$\Delta s = n(AB + BC) - AH = \frac{2nt}{\cos\beta} - AC\sin\alpha,$$

ahol $AH \perp CH$. Felhasználva a

$$\sin\alpha = n\sin\beta \quad \text{és} \quad AC = 2t\,\mathrm{tg}\,\beta$$

összefüggéseket az optikai útkülönbségre (pontosabban annak a geometriai távolságoktól függő részére)

$$\Delta s = \frac{2nt}{\cos\beta} - \frac{2nt}{\cos\beta}\sin^2\beta = 2nt\cos\beta$$

adódik. Vegyük még azt is figyelembe, hogy optikailag sűrűbb közeg határfelületéről való visszaverődéskor π fázisugrás lép fel (a „hullámhegy” „hullámvölgyként” verődik vissza), amely $\frac{\lambda}{2}$ optikai útkülönbségnek felel meg [1], így végül

$$\Delta s = 2nt\cos\beta - \frac{\lambda}{2}.$$

Merőleges beesés ($\beta = 0$) esetén az útkülönbség a $\Delta s = 2nt - \frac{\lambda}{2}$ összefüggéssé egyszerűsödik.

Hullámok találkozásakor, ha az optikai útkülönbség $\Delta s = k\lambda$ ($k = 0, 1, 2, \ldots$), maximális erősítés, ha pedig $\Delta s = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda$, akkor maximális gyengítés lép fel. Maximális erősítés esetén tehát

$$2nt = \left(k + \frac{1}{2}\right) \qquad (k = 0, 1, 2, \ldots),$$

míg maximális gyengítésnél pedig

$$2nt = k\lambda \qquad (k = 0, 1, 2, \ldots)$$

teljesül. A k paramétert az interferencia rendjének nevezzük.

A szappanhártya t vastagságát k és λ függvényében a fenti összefüggéseknek megfelelően táblázatba rendezhetjük.

szín	**hullámhossz** (λ)	**hártyavastagság** (t)				
		maximális erősítés		maximális gyengítés		
		$k = 0$	$k = 1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$
piros	680 nm	120 nm	362 nm	0 nm	241 nm	482 nm
narancs	590 nm	104 nm	314 nm	0 nm	209 nm	418 nm
sárga	580 nm	103 nm	309 nm	0 nm	206 nm	411 nm
zöld	530 nm	94 nm	282 nm	0 nm	188 nm	376 nm
kék	470 nm	83 nm	250 nm	0 nm	167 nm	333 nm
lila	405 nm	71 nm	215 nm	0 nm	144 nm	287 nm

A táblázatból látszik, hogy $t \ll \lambda$ esetén az interferencia minden hullámhosszra gyengítést ad, ezért a hártyát ekkor feketének látjuk. Ez az úgynevezett Newton-féle fekete hártya. Más hártyavastagságok interferenciaszínét is megbecsülhetjük. Milyen színű lesz a hártya például $t \approx 370$ nm esetén? 362 nm-nél a piros színben maximális erősítés, 376 nm-nél zöld színben maximális gyengítés van – így 370 nm-nél a zöld szín komplementerét (kiegészítő színét), a pirosat fogjuk látni. Mivel piros színben még erősítés is fellép, ezért ilyen vastagság mellett a hártya élénk piros színben fog pompázni. Ez csak becslés, hiszen nem vettük figyelembe a fehér fény többi komponensének hatását.

Pontosabb adatokat a szappanhártya felületéről visszavert fény intenzitásának mérésével kaphatunk. Lawrence a következő táblázatba foglalta össze mérési eredményeit [2]:

szín	**rend**	**hártya-vastagság**
fekete	0	6–12 nm
ezüstfehér	0	150 nm
borostyánsárga	0	?
bíborvörös	0	201 nm
lila	1	216 nm
kék	1	250 nm
zöld	1	290 nm
sárga	1	322 nm
narancs	1	348 nm
karmazsinpiros	1	371 nm
bordó	2	396 nm
kék	2	410 nm
kék	2	428 nm
smaragdzöld	2	466 nm
sárgászöld	2	502 nm

A hátsó belső borítón egy függőleges helyzetű szappanhártya különböző időpontokban készített fényképfelvételei láthatók. Az oldat az első (méz nélküli) recept szerint készült, és a hártyán (amely akár 5-6 órán át is megmaradhat) látványos színes csíkrendszer alakult ki. A legutolsó (legkésőbb) készült fényképen látható hártya teteje már annyira elvékonyodott, hogy ott hullámhossztól függetlenül csak a nulladrendű kioltás feltétele teljesül (Newton-hártya), emiatt az koromfekete.

A hártya vastagsága – amely időben és térben (a magasság szerint) egyaránt változik – a fenti táblázatok alapján megbecsülhető. Vajon megjósolható-e, hogy bizonyos idejű (például 3 óra) várakozás után – feltételezve, hogy „él” még – milyen színű lesz a hártya? A kérdés megválaszolásához vizsgáljuk meg kicsit részletesebben a hártya elvékonyodásának folyamatát!

Függőleges helyzetű hártyában a folyadék saját súlyának hatására lefelé áramlik. Ennek eredményeképpen a hártya vastagsága felülről lefelé fokozatosan nő. Hogyan becsülhető meg a változás? Ha figyelmen kívül hagyjuk a párolgás hatását, akkor – a hártya felületét két merev falnak gondolva – lényegében párhuzamos síklemezek közti viszkózus folyást kell vizsgálnunk [3]. A folyadék belsejében súrlódás van, így a gyorsabban mozgó folyadékrétegek a szomszédos, lassabban mozgó rétegeket gyorsítani, az utóbbiak pedig a gyorsabban mozgó rétegeket lassítani igyekeznek. A gyorsító illetve lassító erőket a Newton-féle súrlódási törvény írja le [1].

2. ábra

2. ábra

Jelöljük x-szel a szappanhártya közepétől mért távolságot, $v(x)$-szel az x helyen a folyadék sebességét (*2. ábra*). Tekintsük a hártya közepétől x távolságra lévő két – szimmetrikusan elhelyezkedő – vékony folyadékréteget. A két folyadékréteg között elhelyezkedő $2x$ széles folyadékoszlopra felírva Newton mozgástörvényét, a következőt kapjuk:

$$m\mathbf{g} + 2\mathbf{F}_s = m\mathbf{a}.$$

A Newton-féle súrlódási törvénynek megfelelően az egyik (x távolságra lévő) folyadékréteg által a folyadékoszlopra ható erő $F_s = \eta A \frac{\Delta v}{\Delta x}$. Egyenletes áramlást feltételezve $\mathbf{a} = 0$, ezért

$$mg + 2\eta A \frac{\Delta v}{\Delta x} = 0,$$

ahol A a besatírozott rész területe, η a folyadék viszkozitása, m pedig a ϱ sűrűségű folyadékoszlop tömege: $m = V\rho = 2xA\rho$. Így

$$\rho 2xAg + 2\eta A \frac{\Delta v}{\Delta x} = 0,$$

ahonnan $x\Delta x = \Delta \left(\frac{x^2}{2}\right)$ felhasználásával

$$\rho xg\Delta x = -\eta \Delta v$$

adódik. A fenti kifejezést összegezve x' távolságtól a hártya széléig, figyelembe véve, hogy a folyadék sebessége a merev fal mentén nulla, a következőt kapjuk:

$$\sum_{x'}^{t/2} \rho xg\Delta x = \sum_{v(x')}^{0} -\eta \Delta v,$$

$$\frac{1}{2}\rho g \left(\frac{t^2}{4} - x'^2\right) = v(x')\eta$$

összefügés adódik, amelyből $v(x')$ sebesség kifejezhető:

$$v(x') = \frac{\rho g}{8\eta}(t^2 - 4x'^2).$$

A sebesség ismeretében már könnyen kiszámítható a hosszegységre eső folyadék-hozam, vagyis a hártya egységnyi széles szakaszán időegység alatt átfolyt folyadék Q térfogata. Vizsgáljuk a hártya középétől x távolságra lévő Δx vastag folyadékrétegeket. Legyen a hártya l széles. Ekkor az időegység alatt átfolyt folyadék mennyisége a kérdéses szakaszokon:

$$\Delta I = 2v(x)l\Delta x,$$

a teljes hozam tehát:

$$I = \sum_{0}^{t/2} 2v(x)l\Delta x = 2l \sum_{0}^{t/2} \frac{\rho g}{8\eta}(t^2 - 4x^2)\Delta x = \frac{\rho g}{12\eta} t^3 l.$$

Ebből a $Q = \frac{I}{l}$ miatt

$$Q = \frac{\rho g}{12\eta} t^3.$$

A hozam tehát a hártya vastagságának köbével arányos, de mivel a vastagság helyről helyre és időben is változik, $t = t(z, \tau)$, és így a hozam is hely- és időfüggő lesz: $Q = Q(z, \tau)$. (τ a hártya létrehozása óta eltelt időt jelöli.) Ha a z tengelyt lefelé irányítjuk, és képezzük a $Q = Q(z + \Delta z, \tau) - Q(z, \tau)$ különbséget, az nyilván megadja egy Δz vastagságú sávból kifolyó többletfolyadék térfogatát. Ennek folyadékhiánynak együtt kell járnia a hártya elvékonyodásából származó térfogatcsökkenéssel, ami viszont a $t(z, \tau) - t(z, \tau + \Delta\tau)$ különbséggel arányos. A kétféle módon kiszámított térfogatváltozás egyenlősége meghatározza a falvastagság változási ütemét, és (itt most nem részletezhető számítás után) a következő eredményre vezet:

$$t = \sqrt{\frac{4\eta}{\rho g} \cdot \frac{z}{\tau}}, \quad \text{azaz} \quad z = \frac{\rho g}{4\eta} t^2 \tau.$$

Közvetlenül a hártya képződése után ($\tau = 0$-kor) a hártya vastagsága formálisan végtelen, ami arra figyelmeztet, hogy ekkor a levezetés során alkalmazott megfontolások valamelyike nem érvényes. Később, amikor a számítás eredményét elfogadhatónak tartjuk, $z \propto t^2$, tehát a szappanhártya keresztmetszete parabola alakot ölt.

Elméleti megfontolásainkat ellenőrizhetjük az intenzitásméréssel kapott táblázat segítségével, amelyből a szappanhártya vastagsága megbecsülhető. A mérési adatokból jól látszik, hogy a hártya keresztmetszete az idő múlásával egyre inkább felveszi a parabola alakot, habár az elméleti számítások szerint a hártyának körülbelül kétszer-háromszor olyen vastagnak kellene lennie, mint a ténylegesen megfigyelt.

Buborékokkal is végezhető hasonló kísérlet, de ott a színek változását már sokkal nehezebb megfigyelni, mert a buborék egyben tükörként is működik: leképezi a környezetét. A fém teásdobozos kísérletnél a doboz belsejének tükröző hatását elkerülhetjük, ha matt fekete papírral béleljük ki.

Jó kísérletezést!

Irodalom

[1] Budó Á.: *Kísérleti fizika I, III,* Tankönyvkiadó, Budapest, 1986.

[2] A. S. C. Lawrence: *Soap Films,* Bell, 1929.

[3] K. Mysels, K. Shinoda, S. Frankel: *Soap Films. Studies of their thinning,* Pergamon Press, London, 1959.

[4] Rajkovits Zs. – Főzy I.: *Színes szappanhártyák,* Természet világa, 1992/május.
Zs. Rajkovits: *Soap Films and Soap Bubbles in Physics Education,* Physics & Technology Quest, 1997 December.