

A 2001/2002. tanévben 2001. november 15-én került megrendezésre a Hajdú-Bihar megyei Középiskolai Matematikai Verseny a Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézete és a BJMT Hajdú-Bihar megyei Tagozatának szervezésében. A verseny koordinátora *dr. Lajkó Károly*, a versenybizottság vezetője *dr. Kántor Sándorné* volt.

A versenyen kb. 1200 tanuló vett részt a megye középiskoláiból.

Az egyes évfolyamok versenyfeladatait a Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézetének oktatói állították össze. Mindegyik évfolyamon 5 feladatsort kellett megoldania a tanulóknak, a kidolgozási idő 3 óra volt. Egy-egy feladatsor értéke: 60 pont.

A versenybizottság eredményesnek ítélte a versenyt. A 11. évfolyam feladatsora nehezebbnek bizonyult.

Maximális pontszámot két tanuló ért el: Egri Attila (10. évfolyam) és Siroki László (12. évfolyam). Összességében 35 tanár 65 diákja ért el helyezést, vagy kapott dicséretet.

**A verseny eredményei:** (A rövidítések jelentései: FMG: Fazekas Mihály Gimnázium, Debrecen, TÁG: Tóth Árpád Gimnázium, Ady: Ady Endre Gimnázium, Dóczy: Dóczy Gedeon Református Gimnázium, DE Kossuth: Debreceni Egyetem Kossuth Lajos Gyakorló Gimnáziuma, Hőgyes: Hőgyes Endre Gimnázium, Hajdúszoboszló, KF, Püspökladány: Karacs Ferenc Gimnázium, Püspökladány, VP, Polgár: Vásárhelyi Pál Gimnázium, Polgár, Baross G.: Baross Gábor Szakközépiskola, Debrecen, Bethlen: Bethlen Gábor Szakközépiskola, Debrecen, Mechwart: Mechwart András Szakközépiskola, Debrecen, Gábor D.: Gábor Dénes Szakközépiskola, Debrecen).

### 9. osztály:

Gimnáziumok: I. díj: *Fábi László Zsolt* (Dóczy), *Ruskó Péter* (FMG); II. díj: *Sóvágyó Sándor* (H.böszörmény, Bocskai), *Isza Péter* (TÁG); III. díj: *Láda Erika* (H.böszörmény, Bocskai), *Tatár Anita* (FMG).

Szakközépiskolák: I. díj: *Tóth Tímea* (Bethlen); II. díj: *Madar Zoltán* (Mechwart).

### 10. osztály:

Gimnáziumok: I. díj: *Egri Attila* (Hőgyes); II. díj: *Sum Zsuzsa* (DE Kossuth), *Papp Gábor* (FMG), *Dányádi Zsolt* (FMG); III. díj: *Tuska Gábor* (FMG), *Szabó Áron* (FMG), *Szőke Edina* (FMG).

Szakközépiskolák: II. díj: *Bényei Antal* (Gábor D.).

### 11. osztály:

Gimnáziumok: I. díj: *Csóka Endre* (FMG); II. díj: *Kormos Attila* (FMG); III. díj: *Nagy András* (FMG), *Nagy Tibor* (FMG).

Szakközépiskolák: II. díj: *Dobos András* (H.szob: Közg.).

### 12. osztály:

Gimnáziumok: I. díj: *Siroki László* (FMG), *Makó Judit* (VP, Polgár); II. díj: *Földesi Tamás* (FMG), *Tóth Ágnes* (Hőgyes); III. díj: *Erdei Zsuzsa* (Hőgyes), *Tímár Gábor* (FMG), *Dombi Tímea* (TÁG).

Szakközépiskolák: I. díj: *Varga Balázs* (Bethlen); II. díj: *Szaszkó Viktor* (Bethlen).

A versenyen kitűzött feladatok közül a 11. és a 12. évfolyam feladatait közöljük.

## 11. évfolyam

1. A  $p$  paraméter milyen értékei mellett osztható a

$$P_4(x) = x^4 + px^2 - 12$$

polinom a

$$P_1(x) = x - 2$$

polinommal? (8 pont)

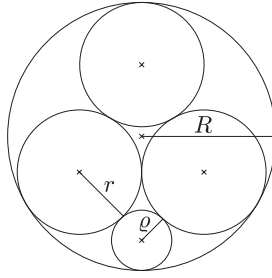
2. Egy zsákban egybevágó háromszögek vannak, melyeknek éleit ötféle színnel színezték ki úgy, hogy bármely két háromszög különböző módon van kiszínezve (két színezési mód akkor egyező, ha bármely szín ugyanannyi számú oldalnál szerepel). Legfeljebb hány háromszög lehet a zsákban? (10 pont)

3. Oldjuk meg a valós számok halmazán az

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \dots + \frac{1}{(x+2000)(x+2001)} = \frac{1000}{2001 \cdot 2002}$$

egyenletet. (12 pont)

4. Három egymást páronként kívülről érintő  $r$  sugarú kör köré egy  $R$  sugarú kört írunk, illetve egy olyan  $\rho$  sugarú kört szerkesztünk, amely két  $r$  sugarú kört kívülről, az  $R$  sugarú kört pedig belülről érinti, az ábrán látható módon. Mekkora  $R$  és  $\rho$ ? (14 pont)



5. Igazoljuk, hogy

$$3 \cdot 2^{-\sin^2 x} + 8^{-\cos^2 x} \geq \sqrt[4]{32}.$$

Mikor állhat fenn egyenlőség? (16 pont)

## 12. évfolyam

1. Oldjuk meg az

$$|\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x| = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

egyenletet. (9 pont)

2. Bizonyítsuk be, hogy ha  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  ( $a_i \neq 0$ ) egy számtani sorozat tagjai, akkor

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_n}} = \frac{n-1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_n}}.$$

(10 pont)

3. Határozzuk meg azokat az  $x$  egész számokat, amelyekre a

$$(-6x^2 + 12x - 2)^{x^2 - 2x + 2} = 4$$

összefüggés teljesül. (12 pont)

4. Az  $ABCS$  egyenes tetraéder (oldallapjai egyenlő szárú háromszögek)  $ABC$  alaplappja  $a$  oldalhosszúságú szabályos háromszög és az  $S$  csúcsba összefutó élek páronként merőlegesek egymásra. Adjuk meg a tetraéder köré írható gömb  $R$  sugarát az alaplapp oldalhosszúságának a függvényeként. (14 pont)

5. Az  $x^3 - 12x + m^2 - 2m + 12 = 0$  harmadfokú egyenletnek három valós gyöke van ( $m \in \mathbb{R}$ ). Ha  $x_1, x_2, x_3$  a három gyök, akkor mennyi lesz az  $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$  maximális értéke? (15 pont)