

Jelöljük $\sqrt{x^2 + x + 1}$ értékét y -nal, ekkor $y^2 = x^2 + x + 1$, azaz

$$(2y + 2x + 1)(2y - 2x - 1) = 3.$$

Ha tehát

$$2y + 2x + 1 = z,$$

akkor

$$2y - 2x - 1 = \frac{3}{z},$$

és így

$$x = \frac{1}{4} \left(z - \frac{3}{z} - 2 \right), \quad y = \frac{1}{4} \left(z + \frac{3}{z} \right).$$

Ha z racionális, x is, y is racionális, és ha z pozitív, akkor y is pozitív. Mivel ugyanis az x legfeljebb két különböző z -ből származhat, ha z befutja a pozitív racionális számokat, végtelen sok különböző racionális x -et kapunk, és ezek mindegyikéhez racionális y tartozik.