

**Pásztor István matematikus, egyetemi docens emlékére**  
**Rábai Imre**

1. Egy város lakóinak száma jelenleg 86 000. A növekedés mértéke évente 5%. Hány lakosa volt a városnak 3 évvel ezelőtt? Három év alatt hány százalékkal nőtt a lakosság létszáma?

2. Oldjuk meg a valós számpárok halmazán a következő egyenletrendszert:

$$\begin{aligned}x^{\log_3 y} + 2 \cdot y^{\log_3 x} &= 27, \\ \log_3 y - \log_3 x &= 1.\end{aligned}$$

3. Egy  $2\sqrt{3}$  egység oldalú négyzet minden oldalára a négyzet belsejében olyan egyenlő szárú háromszögeket szerkesztünk, amelyeknél a szárak által bezárt szög  $120^\circ$ -os. Mekkora annak a négyszögnek a területe, amelynek csúcsai a háromszögek négyzeten belüli csúcsaival azonosak?

4. Az  $ABC$  derékszögű háromszög átfogója  $AB = 2\sqrt{3}$  egység. Az átfogó felezőpontja  $C_1$ , a  $BC$  befogó felezőpontja  $A_1$ . A  $CC_1$  súlyvonal merőleges az  $AA_1$  súlyvonalra. Számítsuk ki a befogók hosszát!

5. Egy téglatest két oldallapjának területe 12 illetve 36 területegység, a testátló hossza 13 egység. Számítsuk ki a téglatest felszínét és térfogatát!

6. Melyek azok az  $n$  természetes számok, amelyekre az alábbi állítások közül pontosan két állítás igaz?

- a)  $120n - 4n^2 - 899 > 0$ ;
- b)  $n + 1$  osztható 7-tel;
- c)  $n^2 - 1$  osztható 7-tel.

7. Adjuk meg az  $\alpha$  paraméter azon értékeit a  $[0, 2\pi]$  intervallumban, amelyeknél a  $(2 \sin \alpha + 1)x^2 - 4x + 4 \sin \alpha - 2 = 0$  egyenlet gyökei ellenkező előjelűek!

8. Hány olyan egyenes illeszkedik a sík  $B(4; 3)$  pontjára, amely az  $x$  tengelyt egész abszcisszájú pontjában, az  $y$  tengely pozitív felét prímszám ordinátájú pontjában metszi? Írjuk fel ezeknek az egyeneseknek az egyenletét!