

1. Az a, b, c, x, y, z valós számokra $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0$ és $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Mennyi $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$ értéke?
2. Oldjuk meg a $4 \cdot \log_x 2 = 7 + 2 \cdot \log_2 x$ egyenletet a valós számok halmazán!
3. Az $x^3 + x^2 - 14x + m = 0$ egyenlet egyik gyöke 3. Határozzuk meg az m valós paraméter és a másik két gyök értékét!
4. Az ABC háromszögben a B csúcsból húzott magasságvonal az AC egyenest a D pontban, a C -ből húzott magasságvonal az AB egyenest az E pontban metszi. Mekkora a DE szakasz hossza, ha $\angle CAB = 70^\circ$, $AB = 12$ cm, $AC = 10$ cm?
5. Oldjuk meg a $\cos(2x) - 3 \cos x + 2 \leq 0$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!
6. Legfeljebb hány különböző pozitív prímszám adható meg úgy, hogy közülük bármely három összege is prímszám legyen?
7. Az R sugarú gömbbe írt egyenes körhengerek közül melyik henger térfogata maximális? Mekkora a térfogat lehető legnagyobb értéke?
8. Adott az $y = x^2$ parabola és az $A(9, 8)$ pont. A parabola mely P pontjába húzott érintőjére igaz, hogy ez az érintő merőleges az AP egyenesre?