

1. Egy paralelogramma átlóinak hossza 13 és 20 egység, egy oldalának hossza 10,5 egység. Számítsa ki a paralelogramma területét és kerületét.

2. Oldja meg az $\lg(x+9) + \lg 4 = 2 - \frac{1}{2} \lg(x-1)^2$ egyenletet a valós számok halmazán.

3. Egy háromszög csúcspontjai $A(-2; 0)$, $B(2; 0)$, $C(0; 5)$. Mi azon P pontok halmaza a síkban, amelyekre

$$PA^2 + PB^2 + PC^2 = 30?$$

4. Az (a_n) mértani sorozatra $7(a_2 + a_3) + 2(a_1 + a_4) = 0$ és $S_5 = 22$. Számítsa ki a sorozat első tagját és hányadosát.

5. Számítsa ki $\sin x$ pontos értékét, ha $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = -4$.

6. Tekintsük az $x \mapsto (p-1)x^2 + 2(p+2)x + p - 2$ függvényt, ahol $x \in \mathbf{R}$ és p valós paraméter. Határozza meg a p értékét úgy, hogy a függvény legnagyobb helyettesítési értéke (-6) legyen! Mely x helyen veszi fel ekkor a függvény ezt a legnagyobb értéket?

7. Az $x^2 + px + q = 0$ egyenlet egyik gyöke 4, a másik gyök kétszerese egyenlő az egyenlet diszkriminánsával. Számítsa ki p és q értékét.

8. Az y tengellyel párhuzamos tengelyű parabola érinti az x tengelyt, és átmegy az $A(3; 2)$ ponton. Az A pontban a parabolához húzott érintő egy normálvektora $\mathbf{n}(4; 1)$. Írja fel a parabola egyenletét.

Rábai Imre