**B. 3343.** *Az $ABC$ háromszög $AB$ oldalának felezőpontja $F$. Az $AFC$ háromszög súlypontja $S_1$, a $BFC$ háromszög súlypontja $S_2$. Az $AS_1$ egyenes a $BC$ oldalt a $P_1$ pontban, a $BS_2$ egyenes az $AC$ oldalt a $P_2$ pontban metszi. Igazoljuk, hogy az $S_1S_2P_1P_2$ négyszög paralelogramma.*

A feladatra a 2000/7. szám 414–415. oldalán két megoldást közöltünk, egyikük a Menelaos-tétel, a másik pedig vektorok felhasználásával bizonyította be az állítást. Örömmel közöljük az alábbi elemi megoldást, amit egyik olvasónk talált; egyúttal arra biztatunk mindenkit, ne tekintse lezártnak egy feladat sorsát a megoldás megjelenésével.

Ha $M$ a $CF$ szakasz felezőpontja, akkor $S_1$ és $S_2$ harmadolják az $MA$, illetve $MB$ súlyvonalakat, így $S_1S_2$ párhuzamos $AB$-vel és annak harmada (*1. ábra*). Az állítás így következik abból, ha belátjuk, hogy ugyanez $P_1P_2$-re is teljesül. Ehhez elegendő, ha megmutatjuk, hogy $P_1$ és $P_2$ harmadolópontok a megfelelő oldalakon.

Ha találunk olyan háromszöget, amelyben $CB$ súlyvonal és $P_1$ súlypont, akkor készen vagyunk.

Tükrözzük az $A$ csúcsot a $C$-re, a tükörkép legyen $A'$ (*2. ábra*). Az $ABA'$ háromszög $B$-ből induló súlyvonala $BC$. $C$ és $F$ felezőpontok az $AA'$, illetve az $AB$ oldalakon, így a $CF$ középvonal párhuzamos $A'B$-vel, az $AM$ egyenes tehát az $A'AB$ háromszögben is súlyvonal. A két súlyvonal, $AM$ és $BC$ metszéspontja, $P_1$ tehát valóban az $ABA'$ háromszög súlypontja, így harmadolja a $BC$ szakaszt. A $P_2$ pontról ugyanígy igazolható, hogy harmadolja $AC$-t.

**Ambrus Gabriella**
ELTE TFK matematika tanszék