Határozzuk meg n néhány értékére az $n+\sqrt{n}$-hez legközelebb eső k számot:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
k	2	3	5	6	7	8	10	11	12	13	14	15	17

Azt tapasztaljuk, hogy k értéke valóban a soron következő természetes szám, kivéve, ha az négyzetszám. Azt is megfigyelhetjük, hogy ha valamilyen a pozitív egészre

$$a^2 < k < (a+1)^2, \tag{1}$$

akkor

$$n = k - a. \tag{2}$$

Ezt fogjuk igazolni. Ehhez azt kell belátnunk, hogy ha k-ra teljesül (1), akkor a (2)-vel definiált n-re

$$k - 0{,}5 < n + \sqrt{n} < k + 0{,}5,$$

vagyis

$$a - 0{,}5 < \sqrt{n} < a + 0{,}5.$$

Mivel itt még $a - 0{,}5$ is pozitív, négyzetre emelhetünk:

$$a^2 - a + 0{,}25 < n < a^2 + a + 0{,}25.$$

Ide beírjuk n értékét, azt kapjuk, hogy

$$a^2 + 0{,}25 < k < (a+1)^2 - 0{,}75,$$

ami – egész kitevőkről lévén szó – ekvivalens (1)-gyel, állításunkat ezzel beláttuk.