

1. Egy üzem egy év alatt 26,5%-kal növelte termelését. Ez a növekedés két forrásból származott. Egyrészt növekedett a munkások száma, másrészt növekedett az egy főre jutó termelés. Az egy főre jutó termelésnövekedés 1,5-szer annyi százalékkal volt nagyobb, mint a munkások számának növekedése. Hány százalékos volt az egyik, illetve a másik növekedés?

2. Az  $ABC$  háromszögben  $AB = 10$  egység,  $A(0; 6)$ , a  $B$  pont az  $x$  tengelyen van, a háromszög súlypontja  $S(4; 6)$ . Számítsa ki a háromszög területét.

3. Mely valós  $x$  számokra pozitív a következő kifejezések értéke?

a)  $\frac{x^4 - 16}{x^2 - 4}$ ;    b)  $|x + 2| - |x - 2| - x$ ;    c)  $1 + \log_2 \sin 2x$ .

4. Az  $(a_n)$  sorozat első  $n$  tagjának összege  $S_n = 2n^2 + 3n$ ,  $n \in \mathbf{Z}^+$ . A  $(b_n)$  sorozat  $n$ -edik tagja  $b_n = 4n - 1$ ,  $n \in \mathbf{Z}^+$ .

a) Igazolja, hogy  $(a_n)$  és  $(b_n)$  számtani sorozatok. Írja fel az  $(a_n)$  sorozat  $n$ -edik tagját  $n$  függvényeként.

b) Fejezze ki  $n$ -nel a  $(b_n)$  sorozat első  $n$  tagjának összegét.

c) Határozza meg a  $(c_n) = (a_n + b_n)$  sorozat első  $n$  tagjának összegét.

5. Oldja meg a valós számok halmazán a

$$\cos x - \sin x = \frac{\cos 2x}{1 + \sin 2x}$$

egyenletet!

6. Egy háromszög egyik szöge  $75^\circ$ , a szög csúcsából kiinduló magasságvonal a szemközti oldalt  $\sqrt{6}$ , illetve  $\sqrt{2}$  hosszúságú részre osztja. Számítsa ki a háromszög másik két szögét!

7. Határozza meg a  $p$  valós paraméter értékét úgy, hogy az

$$x^2 + 4px + 2p^2 + 3p - 1 = 0$$

egyenlet

a) két valós gyöke egyenlő legyen;

b) két valós gyöke egymás reciproka legyen;

c) egyik valós gyöke a másik valós gyökének kétszerese legyen;

d) a valós gyökök szorzata minimális legyen.

8. Egy tepszi sült tésztát a tepsiben darabolunk fel, ennek két szélével párhuzamos, szélről szél felé haladó vágásokkal. Nevezzük a szélek mentén keletkezett darabokat „rosszak”-nak, a többit „jó”-nak. Hány vágás esetén sikerül a süteményt úgy adagolni, hogy minden adag két „jó” és egy „rossz” darabból álljon? Hány adag állítható így össze?

Rábai Imre