

Budó Ágoston professzor úr emlékére

1. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számpárok halmazán.

$$x(x-1)(2x+3y) = 26, x^2 + x + 3y = 15.$$

2. Igazolja, hogy az $ABCD$ konvex négyszög pontosan akkor (akkor és csak akkor) paralelogramma, ha

$$\vec{AB} \cdot \vec{AD} + \vec{BA} \cdot \vec{BC} + \vec{CB} \cdot \vec{CD} + \vec{DA} \cdot \vec{DC} = 0.$$

3. Oldja meg a valós számpárok halmazán a

$$\operatorname{tg}^2 x + 2(\sin y + \cos y) \operatorname{tg} x + 2 = 0$$

kétismeretlenes egyenletet!

4. Tekintsük az egység sugarú kör köré írt – nem négyzet – húrtrapézokat. Forgassuk meg a trapézt 360° -kal a hosszabb párhuzamos oldala körül. Számítsa ki e forgástestek közül a legkisebb felszínű, illetve a legkisebb térfogatú forgástest felszínét, illetve térfogatát. Mekkora ezekben az esetekben a trapéz hegyesszöge?

Rábai Imre