

„Csak művelt nemzet tarthatja fenn magát Európa népei között, tehát a nemzet jövője kulturális előrehaladásától függ.”

Eötvös József

2000. márciusában kilencedszer rendezték meg a Kárpát-medence különböző országaiban élő magyar középiskolások matematikaversenyét. A találkozó házigazdája a *Dunaszerdahelyi Magyar Tanítási Nyelvű Gimnázium* volt. Ennek a rangos megmérettetésnek három tényező a mozgatója, írja a versenyről készült beszámolóban dr. Bíró Gizella, a szervezőbizottság elnöke:

- az anyanyelv, ami összeköti a versenyzőket,
- a matematika szeretete és tisztelete,
- a barátság, amely minden alkalommal születik, vagy a meglévő erősödik.

Az ünnepélyes megnyitón *Szigeti László*, a Szlovák Oktatási Minisztérium politikai államtitkára, a rendezvény fővédnöke, *Jarábik Gabriella*, a Kulturális Minisztérium államtitkára, *Pázmány Péter*, Dunaszerdahely polgármestere, *Urbán János*, a zsűri elnöke, a magyar csapat vezetője, *Bíró Gizella* főszerző és *Cseh Mária*, a gimnázium igazgatónője üdvözölte a vendégeket. Megható élménybeszámolót mondott el a Csallóközben töltött gyerekkoráról, majd családjának kitelepítéséről *Urbán Jánosné*.

Az ötnapos programban színházi előadás, múzeum- és tárlatlátogatás, pozsonyi, csallóközi, dévényi kirándulás, előadások, táncház, a polgármester úr fogadása, no és a verseny adtak soha el nem múló élményeket.

A négyórás írásbeli március 25-én volt, minden évfolyamon 6-6 feladattal.

Közöljük a 9. és 10. évfolyamosok feladatSORÁT.<sup>1</sup> Az idej feladatokat, a kitűző tanárok nevét és az összes korábbi versenyfeladatot megtalálhatják az érdeklődők az interneten, honlapunkon, a <http://komal.elte.hu>-tól kiindulva a *Kapcsolatok*-nál vagy közvetlenül a <http://berzsenyi.tvnet.hu/~nemecs> címen.

### 9. évfolyam

1. Bizonyítsuk be, hogy minden  $k$  pozitív egész számra igaz, hogy a  $(k+1)(k+2)(k+3)\cdots(k+2000)$  szorzat osztható  $2000^{99}$ -nel!

2. Ha az  $ABC$  háromszög  $AB$  és  $AC$  oldalán úgy vesszük fel a  $D$  és  $E$  pontokat, hogy  $DE = DB = EC$  teljesüljön, akkor  $AD = AE = BC$  is teljesül. Mekkora az  $ABC$  háromszög szögei?

3. Igazoljuk, hogy bárhogyan is választunk ki a 2000-nél nem nagyobb pozitív egész számok közül 1001-et, biztosan lesz a kiválasztottak között két olyan szám, amelyek különbsége 4.

4. Az  $ABC$  derékszögű háromszög  $AB$  átfogóját a háromszögbe írt kör a  $D$  pontban érinti. Bizonyítsuk be, hogy az  $AD$  és  $DB$  oldalhosszúságú téglalap területe egyenlő az  $ABC$  háromszög területével!

5. Az  $1 \leq x \leq 3$  valós számokra az  $f$  függvényt a következő módon értelmezzük:

$$f(x) = \frac{x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 9}{1 + 4x - x^2}.$$

Határozzuk meg  $f$  legkisebb értékét és azt az  $x$  helyet, ahol ezt a legkisebb értéket felveszi!

6. Oldjuk meg az egész számok halmazán a következő egyenletet:  $y(1-x)^2 + x(1-y)^2 + (x+y)^2 - x^3 - y^3 = 2000$ .

### 10. évfolyam

1. Oldjuk meg az egész számok körében az  $x^2 - y^2 - z^2 = 1$ ,  $y + z - x = 3$  egyenletrendszer!

2. Az  $ABC$  derékszögű háromszögben ( $ACB \sphericalangle = 90^\circ$ ) a beírt kör  $K$  középpontját a háromszög köré írt kör  $O$  középpontjával összekötő egyenes az átfogóval  $45^\circ$ -os szöget zár be. Számítsuk ki az átfogó és a beírt kör sugarának arányát!

3. Számítsuk ki az  $a_1 + a_2 + \cdots + a_{2000}$  összeget, ha  $a_n = \frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}}$  ( $n \in \mathbf{N}^+$ ).

4. Az  $ABC$  háromszög  $BC$  oldalán úgy vettük fel az  $A_1, A_2, \dots, A_{n-1}$  pontokat, hogy az  $AA_1, AA_2, \dots, AA_{n-1}$  felegyenesek a  $BAC \sphericalangle = \alpha$  szöget  $n$  egyenlő részre osztják. Igazoljuk, hogy  $AB \cdot AA_1 + AA_1 \cdot AA_2 + \cdots + AA_{n-1} \cdot AC = AB \cdot AC \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \frac{\alpha}{n}}$ .

5. A táblára felírtak 3 pozitív egész számot. Egy lépésben a táblára felírt számok közül egyet letörölhetünk és helyére a megmaradt két szám összegénél 1-gyel kisebb számot írhatunk. Néhány lépés után a táblán ez a három szám áll: 17, 75, 91. Lehetett-e a kiinduló számhármás

a) 2, 2, 2; és b) 3, 3, 3?

6. Az  $ABCD$  négyzet  $AB$  oldalának  $A$ -hoz közelebbi harmadolópontja  $H$ . A  $H$  pont tükörképe  $A$ -ra  $H_1$ ,  $B$ -re  $H_2$ . A  $CH_1$  és  $AD$  egyenesek metszéspontja  $E$ , a  $DH_2$  és  $BC$  egyenesek metszéspontja  $F$ , végül a  $CH_1$  és  $DH_2$  egyenesek metszéspontja  $M$ . Hányad része az  $ABCD$  négyzet területének a  $DEM$  és  $CFM$  háromszögek területének összege?

A verseny helyezettjei:

#### *IX. osztály*

1. **Nagy Zoltán Lóránt**, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn.,  
**Bergmann Gábor**, Budapest, Berzsényi D. Gimn.,
2. **Csóka Endre**, Debrecen, Fazekas M. Gimn.,  
**Szalai Attila**, Szeged, Radnóti M. Gimn.,
3. **Nagy Gábor**, Kaposvár, Táncsics M. Gimn.,  
**Pintér Balázs**, Paks, Energetikai Szakközépisk.,  
**Lang Péter**, Győr, Révai M. Gimn.

#### *X. osztály*

1. **Balogh János**, Kaposvár, Táncsics M. Gimn.,  
**Simon András**, Kaposvár, Táncsics M. Gimn.,  
**Spanczér Ilona**, Nagykanizsa, Batthyány L. Gimn.,
2. **Csikvári Péter**, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn.,  
**Gémes Norbert**, Miskolc, Földes F. Gimn.,
3. **Boros Vazul** Budapest, Berzsényi D. Gimn.,  
**Erdei Zsuzsa**, Hajdúszoboszló, Hógyes E. Gimn.,  
**Sipos István**, Nagyvárad Ady E. Gimn.,  
**Horváth Szabolcs**, Sepsiszentgyörgy, Székely Mikó Koll.,  
**Dömötör Csilla**, Győr, Révai M. Gimn.,  
**Koreck Ferenc**, Szeged, Radnóti M. Gimn.

#### *XI. osztály*

1. **Vörös László**, Győr, Révai M. Gimn.,  
**Pesti Gábor**, Nagykanizsa, Batthyány L. Gimn.,
2. **Lovrics Anna**, Budapest, Berzsényi D. Gimn.,  
**Pogátsa Attila**, (Bonyhád, Petőfi S. Evang. Gimn.,
3. **Ritter Ádám**, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn.,  
**Dávid László**, Marosvásárhely, Bolyai F. Líceum.

#### *XII. osztály*

1. **Demeter Albert**, Székelykeresztúr, Orbán B. Gimn.,  
**Pálvölgyi Dömötör**, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn.,
2. **Hegyí Géza**, Csíkszereda, Márton Á. Líceum,
3. **Gyürki István**, Zselíz, Magyar Tannyelvű Gimnázium,  
**Bálint Balázs**, Miskolc, Földes F. Gimn.,  
**Balázs Péter**, Kaposvár, Táncsics M. Gimn.,  
**Kiss Norbert**, Debrecen, Fazekas M. Gimn.

A versenyt a következő években is megrendezzük, minden második évben Magyarországon, közben pedig a környező országokban.

A záróünnepség végén *dr. Pintér Ferenc* meghívta a jelenlévőket a jövő évi versenyre Nagykanizsára.

*Bogdán Zoltán*