$$(1)\qquad \frac{1}{a}\operatorname{tg}\alpha(\operatorname{tg}\beta-\operatorname{tg}\gamma)+\frac{1}{b}\operatorname{tg}\beta(\operatorname{tg}\gamma-\operatorname{tg}\alpha)+\frac{1}{c}\operatorname{tg}\gamma(\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta)=0.$$

A bizonyítandó azonosság csak akkor értelmezhető, ha α, β, γ egyike sem egyenlő 90°-kal. Jelöljük Q-nak az egyenesen levő vetületét R-rel, és lássuk el a PQR szög mértékét pozitív vagy negatív előjellel aszerint, hogy R a P-nek ugyanazon az oldalán van-e, mint az A, B, C pontok, vagy sem. Hasonlóan előjelezzük a PR szakasz hosszát is, ekkor továbbra is igaz lesz, hogy

$$PR=QR\operatorname{tg}\omega,$$

ahol ω az előjellel ellátott PQR szöget jelöli. Lássuk el pozitív vagy negatív előjellel az RA szakaszt és RQA szöget is aszerint, hogy PA-val, illetve PQA-val egyirányúak-e, akkor $RQA\sphericalangle=\alpha-\omega$, és $RA=PA-PR$, tehát

$$a=QR\big(\operatorname{tg}(\alpha-\omega)+\operatorname{tg}\omega\big)=QR\frac{(1+\operatorname{tg}^2\omega)\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\omega}.$$

Hasonlóan kapjuk, hogy

$$b=QR\frac{(1+\operatorname{tg}^2\omega)\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}\beta\operatorname{tg}\omega},\quad c=QR\frac{(1+\operatorname{tg}^2\omega)\operatorname{tg}\gamma}{1+\operatorname{tg}\gamma\operatorname{tg}\omega}.$$

Ezeket (1)-be helyettesítve valóban azonosságot kapunk.

A 2046. feladatban $\alpha=30^\circ$, $\beta=80^\circ$, $\gamma=115^\circ$, $a=100$ m, $c-b=200$ m volt, az $x=b-a$ ismeretlenre (1)-ből a

$$(2)\qquad \frac{\operatorname{tg}30^\circ}{100}(\operatorname{tg}80^\circ-\operatorname{tg}115^\circ)\frac{\operatorname{tg}80^\circ}{100+x}(\operatorname{tg}115^\circ-\operatorname{tg}30^\circ)+\frac{\operatorname{tg}115^\circ}{300+x}(\operatorname{tg}30^\circ-\operatorname{tg}80^\circ)=0$$

egyenletet kapjuk. Ez ekvivalens az eredeti megoldás egyenletével.