

A Juhász Gyula Tanárképző Főiskola tiszteletére, ahol első diplomámat szereztem, és először tanítottam.

1. Oldja meg a valós számok halmazán a

$$\sqrt{x^2 - 3x + 6} + \sqrt{x^2 - 3x + 3} = 3$$

egyenletet.

2. Egymillió forintot helyezünk el egy bankban évi 14%-os kamatos kamatra. 3 év múlva kiveszünk egymillió forintot. Ekkor a kamatlábat 12%-ra csökkentik. Ezt követően legalább hány teljes évet kell várnunk, hogy a pénzünk 600 000 Ft-ra növekedjen?

3. Egy derékszögű háromszög befogóit érintő félkör középpontja az átfogón van. Mekkora ennek a félkörnek a sugara, ha a középpontja az átfogót 1,8 és 2,4 egységnyi szakaszokra osztja.

4. Az $ABCD$ rombusz BD átlójának egyenlete $2x - y = 3$, a rombusz oldalának hossza 5 egység és $A(6;4)$. Határozza meg a többi csúcspont koordinátáit és a rombusz területét.

5. Oldja meg a valós számpárok halmazán a következő egyenletrendszert:

$$\frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{8}{3}, \quad \log_2(x+y) - \log_2(x-y) = 1.$$

6. Egy szabályos négyoldalú gúla alapéle $2a$, magassága a egység. A gúlába írt kocka alaplapja a gúla alaplapján van, fedőlapjának csúcsai pedig a gúla oldalélein. Hányszorosa a gúla térfogata a kocka térfogatának?

7. Igazolja, hogy a p valós paraméter tetszőleges értékénél pontosan egy valós gyöke van az $x|x - 2p| + p = 0$ egyenletnek.

8. Jelölje a , b és c a háromszög oldalainak hosszát. Bizonyítsa be, hogy

$$\frac{1}{4} < \frac{ab + bc + ca}{(a + b + c)^2} \leq \frac{1}{3}.$$

Rábai Imre