

1975 és 1987 között a BJMT Hajdú-Bihar megyei Tagozata és a Megyei Művelődés- és Oktatási Osztály támogatásával évente megrendezésre került a Hajdú-Bihar megyei Matematikai Verseny, amelyen a megye középiskolásai vettek részt. 10 éves kihagyás után sikerült a versenyt a KLTE Matematikai és Informatikai Intézete és a Felsőoktatási Programfinanszírozási Pályázat tehetséggondozó programja keretében feléleszteni (a program vezetője *Dr. Lajkó Károly*). Az 1999/2000. tanévben 1999. november 18-án rendeztük meg a megye összes középiskolája (gimnázium, szakközépiskola) 9–12. évfolyamos tanulói számára a versenyt, amelyen közel 1000 tanuló írt versenydolgozatot.

A versenyfeladatokat a KLTE oktatói állították össze (9. évfolyam: *Dr. Kántor Sándor*, 10. évfolyam: *Dr. Kovács András*, 11. évfolyam: *Dr. Páles Zsolt*, 12. évfolyam: *Dr. Kántor Sándorné*). Mindegyik évfolyamon 5 feladatot kaptak a tanulók, amelyek kidolgozására 2 órát fordíthattak. Egy-egy feladatsor összpontértéke 60 pont volt.

A verseny igen eredményes volt. 29 tanár 48 diákja ért el helyezést, kapott dicséretet, maximális pontszámot 7-en érték el (*Csóka Endre, Nagy Tibor, Siroki László, Varga Éva, Csige Sándor, Csillag Kristóf, Patay Gergely*).

## A verseny eredményei:

### 9. évfolyam

1. *Csóka Endre*, Fazekas Mihály Gimn., Debrecen; *Nagy Tibor*, Fazekas Mihály Gimn., Debrecen;
  2. *Nagy András*, Fazekas Mihály Gimn., Debrecen; *Nagy Erika*, Bethlen G. Szakközépiskola, Debrecen;
  3. *Lakatos Kristóf*, KLTE Gyak. Gimn., Debrecen; *Krusper Balázs*, Tóth Árpád Gimn., Debrecen; *Hofgárt Gergely*, Hőgyes E. Gimn., Hajdúszoboszló; *Hajdú Gábor*, Mechwart A. Szakközépiskola, Debrecen.
- Dicséret:** *Kormos Attila* (Fazekas Mihály Gimn., Debrecen), *Nyul Balázs* (Fazekas Mihály Gimn., Debrecen), *Dombi Nóra* (Tóth Árpád Gimn., Debrecen).

### 10. évfolyam

1. *Siroki László*, Fazekas Mihály Gimn., Debrecen; *Timár Gábor*, Fazekas Mihály Gimn., Debrecen;
  2. *Kovács Zoltán*, Tóth Árpád Gimn., Debrecen; *Erdei Zsuzsa*, Hőgyes E. Gimn., Hajdúszoboszló; *Tóth Ágnes*, Hőgyes E. Gimn., Hajdúszoboszló; *Guta Balázs*, Ady E. Gimn., Debrecen;
  3. *Szakácsi János*, Fazekas Mihály Gimn., Debrecen; *Pajna Gabriella*, Tóth Árpád Gimn., Debrecen; *Szaszkó Viktor*, Bethlen G. Szakközépiskola, Debrecen; *Gál Zoltán*, Gábor D. Szakközépiskola, Debrecen; *Varga Balázs*, Bethlen G. Szakközépiskola, Debrecen; *Hajdú János*, Mechwart A. Szakközépiskola, Debrecen;
- Dicséret:** *Borosi Aranka* (Svetits Katolikus Gimn., Debrecen), *Dombi Tímea* (Tóth Árpád Gimn., Debrecen), *Csirmaz Viktor* (Hőgyes E. Gimn., Hajdúszoboszló).

### 11. évfolyam

1. *Varga Éva*, Tóth Árpád Gimn., Debrecen;
  2. *Csató György*, Hőgyes E. Gimn., Hajdúszoboszló; *Patalenszki Attila*, Bethlen G. Szakközépiskola, Debrecen;
  3. *Nagy Dávid*, Fazekas Mihály Gimn., Debrecen; *Vona Gábor*, Fazekas Mihály Gimn., Debrecen; *Zajdó Csaba*, Tóth Árpád Gimn., Debrecen; *Szilasi Zoltán*, KLTE Gyak. Gimn., Debrecen;
- Dicséret:** *Parádi Gábor* (Tóth Árpád Gimn., Debrecen), *Illés Péter* (Tóth Árpád Gimn., Debrecen), *Sajtos Erika* (Református Koll. Gimn., Debrecen).

### 12. évfolyam

1. *Csige Sándor*, KLTE Gyak. Gimn., Debrecen; *Csillag Kristóf*, Karacs F. Gimn., Püspökladány; *Patay Gergely*, Tóth Árpád Gimn., Debrecen;
  2. *Fábián Ákos*, KLTE Gyak. Gimn., Debrecen; *Nagy István*, KLTE Gyak. Gimn., Debrecen; *Oláh Gusztáv*, Mechwart A. Szakközépiskola, Debrecen;
  3. *Vadkerti József*, KLTE Gyak. Gimn., Debrecen; *Kiss Norbert*, Fazekas Mihály Gimn., Debrecen; *Buday Tamás*, Tóth Árpád Gimn., Debrecen; *Lakatos Norbert*, Bethlen G. Szakközépiskola, Debrecen;
- Dicséret:** *Szilágyi Csaba* (Tóth Árpád Gimn., Debrecen), *Gunda Lénárd* (KLTE Gyak. Gimn., Debrecen).

## A verseny feladatai 9. évfolyam

1. Mennyi ebben az évszázadban (1901-gyel kezdve és 2000-rel bezárva) az évszámok számjegyeinek az összege?  
10 pont

2. Három gyerek: *A*, *B*, *C* úgy osztozik egy tortán, hogy egymás után elveszik a maradék egy részét: *A* elveszi a torta egynegyedét, *B* a maradék egyharmadát, *C* a maradék felét. Ezután újra *A* következik: elveszi a maradék felét, *B* annak a felét, ami még megmaradt, és *C* azt viszi el, ami ezután még megmaradt. Ki mennyi részt kapott a tortából?  
10 pont

3. Mely  $n > 1$  természetes számra igaz, hogy  $n^3 - n$  osztható 24-gyel? 11 pont

4. Egy derékszögű háromszög köré írható körének sugara  $R$ , beírt körének sugara  $r$ . Mennyi a háromszög területe?  
12 pont

5. Egy téglatest egyik csúcsából induló éleinek hossza  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . A téglatest térfogata 60. Tudjuk, hogy

$$3 \leq a \leq 4, \quad 4 \leq b \leq 6.$$

Van-e ezeket a feltételeket teljesítő mindegyik  $a$ ,  $b$ ,  $c$  számhármass esetén olyan háromszög, amelyik oldalainak hossza  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ? 17 pont

## 10. évfolyam

1. Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amely osztható az

$$1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15$$

számok mindegyikével?

8 pont

2. Oldjuk meg a valós számok halmazán az

$$||x| - 2| = 1$$

egyenletet!

10 pont

3. Jóska órájának leesett a kismutatója. Sebaj – gondolja –, napjában néhányszor, amikor a nagymutató eltakarja a kicsit, a többi órán is ugyanezt lehet látni. Hányszor fordul elő ez az eset egy „jó” órával egy nap alatt, és mely időpontokban? 12 pont

4. Egy paralelogrammába rajzoljunk egy másik paralelogrammát. A két paralelogrammának a középpontja vajon minden esetben egybeesik? (Egy paralelogramma akkor van egy másikba rajzolva, ha a berajzolt alakzat csúcspontjai a másik paralelogramma különböző oldalain találhatók.) 14 pont

5. Pista a

$$\sqrt[3]{\sqrt{5} + x} + \sqrt[3]{\sqrt{5} - x} = \sqrt[3]{5\sqrt{5}}$$

egyenlet megoldására az  $x = 2$  gyököt kapta. Győződjünk meg arról, hogy az  $x = 2$  valóban gyök-e, és vizsgáljuk meg, nincs-e más gyöke az egyenletnek! 16 pont

## 11. évfolyam

1. Állapítsuk meg, hogy  $20!$ -nak a 6-os számrendszerbeli alakja hány nullára végződik ( $20! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 20$ ). 10 pont

2. Oldjuk meg a

$$\sqrt{x^2 + 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 12x + 36} = \sqrt{x^2 + 8x + 16} + \sqrt{x^2 + 10x + 25}$$

egyenletet a valós számok halmazán.

11 pont

3. Oldjuk meg a

$$(\log_{\sin x} \sin 2x) (\log_{\sin 2x} \sin 3x) (\log_{\sin 3x} \sin 4x) = 1$$

egyenletet a  $0 < x < \frac{\pi}{4}$  intervallumon.

12 pont

4. Szerkesszük meg az  $ABC$  háromszöget, ha ismerjük  $BC$  hosszát, valamint az  $ASB$  és az  $ASC$  szögek értékét, ahol  $S$  a háromszög súlypontja. 13 pont

5. Legyen egy  $ABCD$  négyzet alapú szabályos gúla csúcsa  $E$ . Tegyük fel, hogy  $AEB = 30^\circ$ . Legyenek  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  rendre a  $BE$ ,  $CE$ ,  $DE$  élek olyan belső pontjai, amelyekre az  $APQRA$  töröttvonal hossza minimális. Igazoljuk, hogy ekkor  $Q$  a  $CE$  él felezőpontja. 14 pont

## 12. évfolyam

1. Az  $a_1$  és  $a_2$  valós számokból kiindulva képezzük az

$$a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}, a_{n+2}, \dots$$

sorozatot úgy, hogy

$$a_3 = a_2 - a_1, a_4 = a_3 - a_2, \dots, a_{n+2} = a_{n+1} - a_n, \dots \quad (n \in \mathbf{N}).$$

Számoljuk ki a sorozat első 2004 tagjának összegét!

10 pont

2. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely az  $y$  tengelyt az origóban érinti, és érinti az  $x - y = -1$  egyenletű egyenest is.

10 pont

3. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget:

$$8\sqrt{1 - 2^x + 2^{2x-2}} > 2^{2x} - 2^{x+2} + 7.$$

12 pont

4. Legyen  $P$  az  $a$  oldalhosszúságú  $ABCD$  négyzet köré írható körnek,  $Q$  pedig a négyzetbe írható körnek egy tetszőleges pontja. Bizonyítsuk be, hogy

$$3(d_{PA}^2 + d_{PB}^2 + d_{PC}^2 + d_{PD}^2) = 4(d_{QA}^2 + d_{QB}^2 + d_{QC}^2 + d_{QD}^2).$$

14 pont

5. Négy gömb alakú golyó fekszik egy asztallapon úgy, hogy mindegyik golyó érinti az asztallapot és a másik három golyót. A négy golyó közül három sugarának a hossza  $R$ . Határozzuk meg a negyedik golyó sugarának a hosszát. 14 pont

**Kántor** **Sándorné**  
a Versenybizottság vezetője