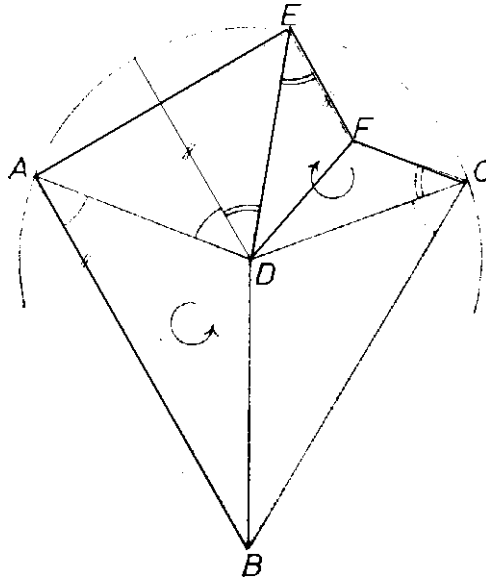


a) Először pontosan kimondjuk, mit fogunk bizonyítani. Ha az első deltoid szimmetriatengelye  $AC$ , vagyis a másodiké  $CE$ , akkor  $BF$  áll merőlegesen  $BA$ -ra és  $FE$ -re, ha pedig  $BD$  és  $DF$  a tengelyek, akkor  $AE$  lesz az  $ABFE$  trapéz egyik magassága. Összefoglalva, úgy kapjuk meg e trapéznek azt az oldalát, amelyik merőlegesen áll a vele szomszédos oldalakra, hogy csúcsai közül elhagyjuk a deltoidok (nem közös) tengelyvégpontjait. Elég egyetlen betűzés mellett bizonyítanunk, mert az egyik deltoidot rögzítve, és ezt minden megengedett módon megbetűzve, a lehetséges ábrák egymásba átvihetők egy alkalmas tengelyű tükrözéssel vagy egy forgatva nyújtással vagy ezek egymásutánjával, bármelyik sorrendben.



Legyenek a tengelyek  $DB$  és  $DF$ , ekkor  $DA = DC = DE$ , így az  $AE$  szakasz felező merőlegese felezi azt az  $ADE$  szögtartományt, amelyikben egyik deltoid sincs benne. Ennek a mértéke a hasonlóság, a négyszög szögösszege és a szimmetriák alapján

$$360^\circ - \sphericalangle ADC - \sphericalangle CDE = 360^\circ - \sphericalangle ADC - \sphericalangle ABC = \sphericalangle DAB + \sphericalangle BCD = 2 \cdot \sphericalangle DAB = 2 \cdot \sphericalangle DEF,$$

vagyis a felező merőlegesnek  $DA$ -val,  $DE$ -vel bezárt szöge egyenlő a  $DAB$ , ill.  $DEF$  szöggel. Így 2-2 váltószöget találtunk:  $AB$  és  $EF$  párhuzamosak az  $AE$  felező merőlegesével, és ez bizonyítja állításunkat.

b) Most már a 2041. feladatra a következő új megoldást tudjuk adni. A novemberi szám (132. old.) II. megoldásában használt jelöléseket és ábrákat használva: a  $k_1$  és  $k_2$  körök metszéspontja legyen  $F$ , erről mutatjuk meg, hogy azonos a  $t_1, T_1, t_2, T_2$  (és  $M$ ) alakzattal meghatározott parabola fókuszával.  $F$  tükörképe  $t_1$  és  $t_2$ -re  $T'_1$  és  $T'_2$ , az ekkor keletkező  $FT_1T'_1M$  és  $FT_2T'_2M$  négyszögek hasonló deltoidok, a megfelelő szögek egyenlősége miatt (érintő szárú, ill. kerületi szögek). A bizonyított tételünk értelmében ekkor  $T'_1T'_2 \perp T_1T'_1$  és  $T'_1T'_2 \perp T_2T'_2$ , így  $T_1$  és  $T_2$  rajta van a  $T'_1T'_2$  vezéregyenesű,  $F$  fókuszú parabolán, e parabola  $T_1$  és  $T_2$ -beli érintői épp a  $t_1$  és  $t_2$  egyenesek, mivel az  $FT_iT'_i$  ( $i = 1, 2$ ) szög megfelelő szögfelezői. Mivel a két érintő és az érintési pontok egyértelműen meghatározzák a parabolát,  $F$  épp a keresett fókusszal azonos.

Ha a keletkező két deltoid valamelyike elfajuló, akkor a II. megoldásban közölt módon járhatunk el.