

Komlós Gyula tanár úr (barátom) emlékére

1. Egy háromszög súlyvonalainak hossza 2, 4; 2, 6, illetve 1 egység. Mekkora a háromszög területe?
2. Határozza meg az a valós paraméter értékét úgy, hogy az

$$x^2 - 4x + (3 + 2a - a^2) = 0$$

egyenlet egyik gyöke a másik gyökének a kétszerese legyen.

3. Oldja meg a valós számpárok halmazán (\mathbf{R}^2) az

$$x^{\log_2 y} + y^{\log_2 x} = 2, \log_4 x - \log_4 y = \frac{1}{2}$$

egyenletrendszert.

4. A valós m paraméter mely értékeire lesz az

$$(5 - m)x^2 - 3x + m + 3$$

kifejezés értéke minden valós x -re pozitív?

5. Tekintsük azokat a háromszögeket, amelyek területe $T = 4\sqrt{3}$ területegység és egyik szögük 60° .

a) E háromszögek közül melyikben lesz a 60° -os szöget közrezáró oldalak összege a legkisebb. Mekkora ennek a háromszögnek az oldalai és a szögei?

b) E háromszögek közül melyikben lesz a 60° -os szöggel szemközi oldal a legrövidebb?

6. Legyen $A(1; 0)$, $B(0; 4)$ és $C(c; 6)$. Számítsa ki c értékét, ha a háromszög területe 13 területegység.

7. Oldja meg a

$$\sin^4 x + \cos^4 x \geq \frac{5}{8}$$

egyenlőtlenséget a valós számok halmazán.

8. Oldja meg a $\sqrt{a-x} + \sqrt{-x} = 1$ egyenletet, ahol a valós paraméter, a valós számok halmazán.

Rábai Imre