Első nap

1. Határozzuk meg az összes olyan, legalább három pontot tartalmazó síkbeli véges S ponthalmazt, amire az alábbi feltétel teljesül:

S bármely két különböző A, B pontjára az AB szakasz felezőmerőlegese szimmetriatengelye az S halmaznak.

2. Legyen n egy adott egész szám, amire $n \geq 2$.

(a) Határozzuk meg a legkisebb olyan C konstanst, amire a

$$\sum_{1\leq i<j\leq n} x_i x_j (x_i^2 + x_j^2) \leq C\Big(\sum_{1\leq i\leq n} x_i\Big)^4$$

egyenlőtlenség minden $x_1,\ \ldots,\ x_n \geq 0$ valós szám esetén teljesül.

(b) Határozzuk meg, hogy ezen C konstans mellett mikor áll fenn egyenlőség.

3. Tekintsünk egy $n \times n$-es négyzetalakú táblát, ahol n rögzített páros pozitív egész. A tábla n^2 egységnégyzetre van felosztva. Azt mondjuk, hogy a tábla két különböző négyzete *szomszédos*, ha van egy közös oldaluk.
A táblán N egységnégyzet meg van jelölve olymódon, hogy minden négyzet (jelölt, vagy nem jelölt) szomszédos legalább egy jelölt négyzettel.
Határozzuk meg N lehetséges legkisebb értékét.

Második nap

4. Határozzuk meg az összes olyan, pozitív egészekből álló $(n,\ p)$ párt, hogy p prím, $n \leq 2p$, és $(p-1)^n + 1$ osztható n^{p-1}-gyel.

5. A Γ_1 és Γ_2 körök a Γ kör belsejében vannak és érintik a Γ kört a különböző M, ill. N pontokban.

Γ_1 átmegy a Γ_2 kör középpontján. A Γ_1 és Γ_2 körök két metszéspontján átmenő egyenes a Γ kört az A és B pontokban metszi. Az MA és MB egyenesek Γ_1-et a C, ill. D pontokban metszik.

Bizonyítsuk be, hogy CD érintője a Γ_2 körnek.

6. Határozzuk meg az összes olyan $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ függvényt, amelyre

$$f(x - f(y)) = f(f(y)) + x\,f(y) + f(x) - 1$$

teljesül minden $x,\ y \in \mathbf{R}$ esetén.