A tanárképző főiskolák *Péter Rózsa* versenyét ebben az évben 1999. március 31. és április 2. között a pécsi Janus Pannonius Tudományegyetem Tanárképző Főiskolai kara rendezte. A vendégek március 31-én érkeztek Pécsre. Április 1-jén 9^{30}-tól 13^{30}-ig zajlott maga a verseny, délután a hallgatók városnéző programokon vettek részt, a kísérő tanárok eközben a dolgozatokat javították. Az eredményeket másnap, április 2-án 10 órakor hirdették ki.

A versenyen az ország 6 tanárképző főiskolája vett részt: Budapest, Eger, Nyíregyháza, Pécs, Szeged és Szombathely csapata mérte össze tudását. Elvileg minden főiskoláról 5 versenyző indulhatott, de sajnos volt olyan város, ahonnan kevesebb diák jött el.

A versenybizottság elnöke idén is *Urbán János* volt. A verseny feladatait a főiskolák oktatóinak javaslataiból állították össze, amit a bizottság (személy szerint Urbán János) további egy feladattal egészített ki. Így állt össze az alábbi feladatsor:

1. Számítsuk ki a $[0;1]$ intervallum olyan részintervallumainak hosszának összegét, amelyekbe tartozó számok tizedestört alakjában van 1-es számjegy.

2. Az ABC hegyes szögű háromszög A, B és C csúcsaiból induló súlyvonal-egyenesek a háromszög köré írt kört másodszor az A_1, B_1 és C_1 pontokban metszik. Ezeket sorra tükrözve a hozzájuk tartozó oldalak felezőpontjára az A_0, B_0 és C_0 pontokat kapjuk. Igazoljuk, hogy A_0, B_0, C_0 és az ABC háromszög S súlypontja húrnégyszöget alkot.

3. Igazoljuk, hogy ha n pozitív egész, akkor

$$1+\frac{1}{\sqrt[n]{2}}+\frac{1}{\sqrt[n]{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt[n]{n}}\geq\sqrt[n]{\frac{2n^n}{n+1}}.$$

4. Ernő teniszkarrierje érdekében apja díjat ajánlott fel. A díjat akkor nyeri el, ha megnyer két egymást követő meccset egy hármas sorozatból, amelyet felváltva játszik az apjával és a klub bajnokával (aki jobban játszik az apjánál). Ernő választhat, hogy bajnok–apa–bajnok vagy apa–bajnok–apa sorozatot játszik. Melyiket válassza?

5. Legyen $a_0=5$ és $a_{n+1}=a_n+\dfrac{1}{a_n}$ $(n=1,\,2,\,\ldots)$. Bizonyítsuk be, hogy $45<a_{1000}<45,1$.

6. A $p(x)$ másodfokú valós együtthatós polinomról tudjuk, hogy $|p(x)|\leq 1$, ha $x\in[0,1]$. Melyik az a legkisebb K valós szám, amelyre teljesül, hogy $|p'(0)|\leq K$?

7. Adott a síkon n pont, amelyek között nincs három egy egyenesre illeszkedő, és nincs négy egy körön fekvő pont. Minden ponthármasra kört illesztünk. Mutassuk meg, hogy a körök között az egységsugarúak száma nem nagyobb, mint $\dfrac{n(n-1)}{3}$.

Fried Katalin