

1. Az n milyen értékére lesz az a, b, c_n egy számtani sorozat három egymást követő tagja, ha

$$a = \operatorname{tg}\left(\frac{0 \cdot \pi}{5}\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{1 \cdot \pi}{5}\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{2 \cdot \pi}{5}\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{3 \cdot \pi}{5}\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{4 \cdot \pi}{5}\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{5 \cdot \pi}{5}\right), b = \sin^{\cos 60^\circ} 60^\circ + \cos^{\sin 30^\circ} 30^\circ, c_1 = 3, \quad c_n =$$

2. Az $5x^2 - 6(a+b)x + a^2 + b^2 + 2ab = 0$ másodfokú egyenletben az a és a b valós paraméterek, amelyekre $1 < a + b < 5$. Mutassuk meg, hogy az egyenlet egyik gyöke 0-nál nagyobb, de 1-nél kisebb, a másik pedig 1-nél nagyobb. Igaz-e a feladat állításának a megfordítása?

3. Határozzuk meg az n, m egész számokat olyan módon, hogy

$$A = n^5 - 5n^3 + 4n - 2^m + 1$$

osztható legyen 5-tel!

4. Egy derékszögű háromszög beírt körének középpontja a csúcsoktól x, y és z távolságra van (z a kör középpontjának távolsága a derékszögű csúcstól). Mutassuk meg, hogy az xy, xz és yz oldalhosszúságú háromszög egyik szöge 135° .

5. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amelyet az $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 1$, az $(x-1)^2 + (y-6)^2 = 1$ és az $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 1$ egyenletű körök belülről érintenek.

6. Egy pozitív számokból álló számtani sorozat nem feltétlenül egymást követő tagjai a, b és c . Tudjuk, hogy

$$\frac{c-b}{a} + \frac{a-c}{b} + \frac{b-a}{c} = 0.$$

Adjuk meg a sorozat első n elemének összegét, ha ismerjük az első tagját.

7. Tekintsük a következő függvényeket: $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$, $g(x) = \cos x$. Adjunk meg olyan geometriai transzformációt, amely g képét f képébe viszi.

8. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán:

$$\sqrt[3]{x-72} + \sqrt[3]{y+1998} = 25, x+y = 1999.$$

Számadó László