

1. Egy trapéz egyik párhuzamos oldalának hossza 22 egység, a két szárának hossza 14,3, illetve 16,5 egység, a trapéz magassága 13,2 egység. Számítsa ki a trapéz területét.

2. Igazolja, hogy ha  $n$  pozitív egész szám, akkor a következő kifejezések oszthatók 24-gyel.

a)  $(n^2 + 3n + 1)^2 - 1$ ;    b)  $n^4 + 6n^3 + 11n^2 + 6n$ .

3. Határozza meg az  $x \mapsto \frac{1}{\cos^2 x + \sin^4 x}$  függvény ( $x \in \mathbf{R}$ ) szélsőérték helyeit és értékkészletét.

4. Az  $a_1, a_2, a_3, a_4$  és  $b_1, b_2, b_3, b_4$  két mértani sorozat első négy eleme.  $a_1 = b_1, a_2 - b_2 = 3, a_3 - b_3 = 6$  és  $a_4 - b_4 = 36$ . Írja fel a sorozatok első négy elemét.

5. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget!

$$\sqrt{\log_2 16 - \log_2 x^5 + (\log_2 x)^2} \leq \sqrt{2(\log_2 x)^2 - 5 \log_2 x}.$$

6. Oldja meg a

$$\left| \frac{4 \sin^2 x - 1}{\cos x} \right| = \frac{4 \cos^2 x - 3}{\cos x}$$

egyenletet a valós számok halmazán!

7. Az  $ABCD$  trapéz párhuzamos oldalai  $AB$  és  $CD$ ,  $AB = 3 \cdot CD$ ,  $BC = AD$  és az  $AC$  átló merőleges a  $BD$  átlóra. Számítsa ki az  $A$  és  $B$  csúcsok koordinátáit, ha  $C(6; 4)$  és  $D(3; 3)$ .

8. Tekintsük az

$$((a + 2)x^2 + (1 - a)x + a - 1)(4x - x^2 - 5) \leq 0$$

egyenlőtlenséget, ahol  $a \in \mathbf{R}$  paraméter.

a) Határozza meg az  $a$  paraméter értékét úgy, hogy az egyenlőtlenségnek pontosan egy megoldása legyen!

b) Milyen  $a$  esetén van az egyenlőtlenségnek végtelen sok megoldása, és milyen  $a$  esetén nincs egyetlen megoldása sem?

**Rábai Imre**