

*A Fővárosi Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium tiszteletére, ahol 1958–1966 között tanítottam, és ahol megszer-
veztük az első matematika tagozatos gimnáziumi osztályt.*

1. Egy háromszög oldalainak hossza 8, 8 egység, 28, 6 egység, illetve 33 egység. Számítsa ki a háromszög területét és a háromszögbe írható kör sugarát.

2. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\sqrt{11 + x + 6\sqrt{x+2}} + \sqrt{4 - x + 2\sqrt{3-x}} = 7.$$

3. Hat szám közül az első négy egy mértani, az utolsó négy egy számtani sorozat egymást követő elemei. Melyik ez a hat szám, ha az utolsó négy szám összege 16, a harmadik és a hatodik szám szorzata -20 ?

4. Egy háromszög két oldalának hossza 10, illetve 15 egység, a közbezárt szög felezőjének hossza $6\sqrt{3}$ egység. Számítsa ki az adott két oldal által bezárt szöget és a háromszög harmadik oldalának hosszát.

5. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P(6; 10)$ ponton, és a $4x + 3y = 32$ és a $4x + 3y = 2$ egyenletű egyenesek közti szakaszának az y tengelyen lévő vetülete 2 egység.

6. Az m valós paraméter mely értékeire van megoldása a

$$\cos 2x + (7 - 5m) \sin x - 3m^2 + 9m - 7 = 0$$

egyenletnek? Oldja meg az egyenletet, ha m értéke $\frac{1}{3}$, 1, $\frac{5}{3}$, 2, illetve 3.

7. Oldja meg a valós számok halmazán a

$$\log_4 \frac{1}{x^2} + 4 \cdot \log_x \frac{1}{16} + 10 \geq 0$$

egyenlőtlenséget.

8. Az a valós paraméter mely értékeire teljesül, hogy az

$$x^4 - (3a + 2)x^2 + a^2 = 0$$

egyenletnek négy különböző gyöke van, és ez a négy gyök egy számtani sorozat négy egymást követő eleme?

Rábai Imre