Ha állításunk nem volna igaz, meg lehetne adni olyan A, B, C, x_1, x_2, x_3, x_4 valós számokat, amelyekre $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ és

$$|p(x_i) - y_i| < 1, \qquad i = 1,\ 2,\ 3,\ 4$$

teljesülne, ahol p és az y_i-k jelentése ugyanaz, mint a feladatban. Tehát a p polinom értéke

$$p(x_i) > y_i - 1 = 0, \qquad i = 1,\ 3$$

miatt az x_1, x_3 helyeken pozitív,

$$p(x_i) < 1 + y_i = 0, \qquad i = 2,\ 4$$

miatt az x_2, x_4 helyeken negatív volna, a polinom legalább háromszor változtatná meg az előjelét. Ámde p legfeljebb másodfokú, és egy nulladfokú polinom értékeinek az előjele állandó, egy elsőfokú egyszer és egy másodfokú legfeljebb kétszer változtatja meg az előjelét. Ezzel beláttuk, hogy az nem lehet, hogy a feladat állítása nem igaz, vagyis igazoltuk az állítást.

Megjegyzés. A megoldók többsége Bolzano tételére hivatkozott, mely szerint ha egy f folytonos függvény x_1 és x_2 között megváltoztatja az előjelét (vagyis $f(x_1) \cdot f(x_2) < 0$), és x_1, x_2 között értelmezve van, akkor f-nek van x_1 és x_2 között gyöke. Mint láttuk, nincs szükség erre az általános tételre, hiszen mi most p-ről nemcsak azt tudjuk, hogy folytonos, hanem ismerjük a teljes viselkedését:

a) vagy nulladfokú, tehát állandó,
b) vagy elsőfokú, tehát monoton,
c) vagy másodfokú, tehát monoton fogyóból vált át monoton növőbe, vagy megfordítva.

Általában az n-edfokú polinomnak legfeljebb n különböző természetű monotonitási szakasza lehet, tehát legfeljebb n-szer válthat a polinom előjelet. Ennek alapján bizonyítható, hogy ha

$$x_0 < x_1 < \ldots < x_{n+1}, \qquad y_i = (-1)^i,$$

és p tetszőleges, legfeljebb n-edfokú polinom, akkor

$$\max_{0 \le i \le n+1} |p(x_i) - y_i| \ge 1.$$