

1. Az $ABCD$ konvex négyszögben az AC és BD átlók merőlegesek és a szemközti AB , DC oldalak nem párhuzamosak. Tegyük fel, hogy az a P pont, ahol az AB és DC felező merőlegese metszi egymást, az $ABCD$ négyszög belsejében van. Bizonyítsuk be, hogy $ABCD$ akkor és csak akkor húrnégyszög, ha az ABP és CDP háromszögek területe egyenlő.

2. Egy versenyben a versenyző és b bíró van, ahol $b \geq 3$ páratlan egész szám. Mindegyik bíró mindegyik versenyző teljesítményét "megfelelt", ill. "nem felelt meg" minősítéssel értékeli. Tegyük fel, hogy a k számra igaz az, hogy bármely két bíró értékelése legfeljebb k versenyző esetén esik egybe. Bizonyítsuk be, hogy

$$\frac{k}{a} \geq \frac{b-1}{2b}.$$

3. Tetszőleges pozitív egész n esetén jelölje $d(n)$ n pozitív osztóinak számát (beleértve 1-et és magát n -et is). Határozzuk meg az összes olyan pozitív egész k számot, amihez létezik olyan n , hogy

$$\frac{d(n^2)}{d(n)} = k.$$

Második nap

4. Határozzuk meg az összes olyan, pozitív egész számokból álló (a, b) rendezett párt, amire $(ab^2 + b + 7)$ osztója $(a^2b + a + b)$ -nek.

5. Legyen I az ABC háromszög beírt körének középpontja. Érintse az ABC háromszög beírt köre a BC , CA , AB oldalakat rendre a K , L , M pontokban. A B -n keresztülmenő, MK -val párhuzamos egyenes metszéspontja az LM , ill. LK egyenesekkel legyen R , ill. S . Bizonyítsuk be, hogy az RIS hegyesszög.

6. Tekintsük az összes olyan f függvényt, amelyik a pozitív egész számok \mathbf{N} halmazát önmagába képezi le, és amelyre teljesül az

$$f(t^2 f(s)) = s(f(t))^2$$

feltétel minden \mathbf{N} -beli s , t esetén. Határozzuk meg $f(1998)$ lehetséges legkisebb értékét.