Az **Ericsson TrafficLab** kutatólaboratórium által kiírt feladatra (ld. KöMaL 1998/1. sz. 19. o.) *Schumayer Dániel* és *Lukács László* küldött be lényegében jó megoldást. Az Ericsson mindkettőjüket különdíjban részesíti, amelyet a KöMaL szerkesztőségben vehetnek át.
A megoldáshoz felhasználjuk Schumayer Dániel dolgozatát.
A valószínűségszámítás elméletének egyik alapvető tétele a következő:

Az **Ericsson TrafficLab** kutatólaboratórium által kiírt feladatra (ld. KöMaL 1998/1. sz. 19. o.) *Schumayer Dániel* és *Lukács László* küldött be lényegében jó megoldást. Az Ericsson mindkettőjüket különdíjban részesíti, amelyet a KöMaL szerkesztőségben vehetnek át.
A megoldáshoz felhasználjuk Schumayer Dániel dolgozatát.
A valószínűségszámítás elméletének egyik alapvető tétele a következő:

Moivre–Laplace tétel: Ha $A_1, \dots A_n$ független, p valószínűséggel bekövetkező események, és η_n az $A_1, \dots A_n$-ek közül bekövetkező események száma, akkor

$$\lim_{n\to\infty} P\left(a \le \frac{\eta_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \le b\right) = \Phi(b) - \Phi(a), \quad \text{ahol} \quad \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}\, dt.$$

Sőt, az is igaz, hogy van olyan $K > 0$ (a-tól és b-től nem függő) konstans, hogy

$$\left| P\left(a \le \frac{\eta_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \le b\right) - (\Phi(b) - \Phi(a)) \right| < \frac{K}{\sqrt{n}}.$$

$\Phi(x)$ szigorúan monoton növő (és folytonos) függvény.

Jelölje C_N az N-hez tartozó legkisebb megfelelő C-t, tehát

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} X_i \le C_N\right) \ge 1 - \varepsilon \quad \text{és } \forall\ a > 0\text{-ra} \quad P\left(\sum_{i=1}^{n} X_i \le C_N - a\right) < 1 - \varepsilon.$$

$a = -\infty$, $b = \dfrac{C_N - Np}{\sqrt{Np(1-p)}}$-vel alkalmazva a Moivre–Laplace tételt kapjuk, hogy $\forall \xi > 0$-ra, ha N elég nagy, akkor

$$-\xi < P\left(\sum_{i=1}^{n} X_i \le C_N\right) - \Phi\left(\frac{C - Np}{\sqrt{Np(1-p)}}\right) < \xi.$$

Válasszuk ξ-t $\dfrac{1}{2} - \varepsilon$-nak. Ekkor az előző egyenlőtlenségből ha N elég nagy, akkor egyrészt

$$1 - \varepsilon - \Phi\left(\frac{C - Np}{\sqrt{Np(1-p)}}\right) < \frac{1}{2} - \varepsilon,$$

amit átrendezve, Φ monotonitásából

$$\frac{C_N}{N} > \frac{\Phi^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{n}} \sqrt{p(1-p)} + p = p,$$

mivel $\Phi^{-1}(1/2) = 0$. A másik egyenlőtlenségből kapjuk, hogy

$$\frac{C_N}{N} < \frac{\Phi^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{n}} \sqrt{p(1-p)} + \frac{a}{N} + p = p + \frac{a}{N}.$$

Azaz, ha N elég nagy, akkor $p < \dfrac{C_N}{N} < p + \dfrac{a}{N}$. Ebből pedig a „rendőr elv” alapján $\lim\limits_{N\to\infty} \dfrac{C_N}{N} = p$ adódik.

Veres András