

Idén, április 2–10. között Izraelben, Haifában (egészen pontosan: a Technionban, Izrael legrégebbi egyetemén) került megrendezésre a IX. magyar-izraeli matematikaverseny. A verseny rendje némileg eltért a korábbi évektől: (izraeli kérésre) elmaradt a korábban szokásos csapatverseny és két napon (ápr. 6–7.) 4 és fél – 4 és fél óra alatt 3–3 feladatot kellett egyénileg megoldani, a Nemzetközi Matematikai Diákolimpiákon szokásos feltételek mellett: semmilyen segéd-eszköz (számológép, könyv, jegyzet) nem használható, minden feladat helyes megoldása 7 pontot ér. Ilymódon minden versenyző maximálisan 42 pontot szerezhetett.

A magyar diákok közül

Lippner Gábor (Fővárosi Fazekas Mihály Gyak. Gimn., IV. o.t.) 41 pontot,

Lukács László (Miskolc, Földes Ferenc Gimn., III. o.t.) 31 pontot,

Zubcsék Péter Pál (Fővárosi Fazekas Mihály Gyak. Gimn., IV. o.t.) 29 pontot,

Bérczi Gergely (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., IV. o.t.) 26 pontot szerzett.

Így a magyar csapat összpontszáma 127 pont lett. Az izraeli diákok rendre 27, 20, 19 és 13 pontot szereztek, az izraeli csapat összpontszáma tehát 79 pont volt.

Miközben örömmel állapítjuk meg, hogy az eddigi kilenc csapatverseny mindegyikét a magyar diákok nyerték, jóleső érzés látni, hogy az izraeli csapat – talán nem függetlenül ettől a „felkészítő” versenytől – évről-évre javuló teljesítményt nyújt. A magyar csapat vezetője *Pelikán József* (ELTE, Budapest), az izraeli *Shay Gueron* (Technion, Haifa) volt.

Külön szeretnék köszönetet mondani a magyar diákok felkészítését sok éve irányító *Reiman Istvánnak*, valamint *Dobos Sándornak*.

A szorosan vett versenyprogram mellett ápr. 8.-án (szerdán) kisebbfajta tudományos konferenciára került sor, ahol a magyar csapat vezetője és az izraeli csapat helyettes vezetője is tartott egy-egy (angol nyelvű) előadást. Ezenkívül körülnéztünk Haifa városában és múzeumaiban, kirándulásokat tettünk a környékre és még egy jeruzsálemi útra is jutott idő. Estéknként pedig a magyar csapat bridzsben többnyire újonc, de igen lelkes tagjai a csapatvezető (sokszoros magyar bajnok és sok évig a magyar bridzs-válogatott kapitánya) irányításával a bridzs-játék fortélyáival ismerkedtek.

A verseny feladatai Első nap

1. Egy játékos a következő játékot játssza: ismételten feldob egy szabályos pénzérmét és tippel arra, hogy melyik oldalára esik. Ha eltalálja, 1 pontot kap, ha nem, elveszti az addig esetleg megszerzett pontját. 0 ponttal kezd és akkor fejeződik be a játék, amikor 2 pontja lett.

1.) Mi annak a p_n valószínűsége, hogy a játék pontosan n pénzfeldobás után ér véget?

2.) Mi a várható értéke („átlaga”) a játék befejeződéséig végrehajtott dobások számának?

2. Az ABC hegyesszögű háromszög köré írt körének középpontja O , sugara R . Az OBC , OCA , OAB háromszögek beírt köreinek sugarai r_1 , r_2 , r_3 . Bizonyítsuk be, hogy

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \geq \frac{1}{R} (4\sqrt{3} + 6).$$

3. Legyenek a , b , c , n , k pozitív egészek.

Legyen

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Bizonyítsuk be, hogy található n egymás utáni pozitív egész szám: a_1, a_2, \dots, a_n úgy, hogy az $f(a_1), f(a_2), \dots, f(a_n)$ számok mindegyikének legalább k különböző prímszámosztója van.

Második nap

4. Határozzuk meg az összes olyan x , y pozitív egész számokat, amelyekre

$$5^x - 3^y = 16.$$

5. Az $ABCDEF$ konvex hatszög oldalaira kifelé szabályos háromszögeket szerkesztünk. Bizonyítsuk be, hogy ezek harmadik csúcsai akkor és csak akkor lesznek egy szabályos hatszög csúcsai, ha az eredeti hatszög *affin szabályos*. (Egy hatszög affin szabályos, ha középpontosan szimmetrikus és szemközti oldalai párhuzamosak a maradék két csúcs által meghatározott átlóval.)

6. Legyen n pozitív egész szám. Tekintsük n összes partícióinak Π halmazát. (n partíciója alatt értjük n egy felbontását pozitív egész számok összegére; két felbontást nem tekintünk különbözőnek, ha csak az összeadandók

sorrendjében különböznek.) Ha α n egy partíciója, akkor jelöljük $a_1(\alpha), a_2(\alpha), \dots, a_n(\alpha)$ -val az α -ban előforduló $1, 2, \dots, n$ összeadandók számát. Bizonyítsuk be, hogy

$$\sum_{\alpha \in \Pi} \frac{1}{1^{a_1(\alpha)} \cdot a_1(\alpha)! \cdot 2^{a_2(\alpha)} \cdot a_2(\alpha)! \cdot \dots \cdot n^{a_n(\alpha)} \cdot a_n(\alpha)!} = 1.$$

Pelikán József