A zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium 1997-ben hatodik alkalommal hirdette meg az **Izsák Imre Gyula** komplex természettudományi (meghívásos) versenyt matematika, fizika és számítástechnika tantárgyakból. Az idei versenyt rendhagyó módon csillagászati totó is színesítette.

A verseny rendje: A versenyzők mindhárom tantárgyból kaptak feladatot, amelyek megoldására két-két óra állt rendelkezésükre. Használható segédanyagok: az OKTV-n meghatározottak. A számítástechnika versenyen a tanulók IBM PC gépen dolgozhattak PASCAL vagy BASIC nyelven.

A feladatokat az Eötvös Loránd Tudományegyetem tanárai állították össze, és ők alkották a zsűrit is: matematikából *Hortobágyi István*, fizikából *Bérces György*, számítástechnikából *Zsakó László*.

A versenyen 14 gimnázium két-két tanulója indult. Az összetett versenyben (mindhárom tárgy összesített eredménye alapján):

I. helyezett: **Végh László**, Debrecen, Fazekas Mihály Gimnázium;
II. helyezett: **Váry Mátyás**, Zalaegerszeg, Zrínyi Miklós Gimnázium;
III. helyezett: **Karádi Richárd**, Győr, Révai Miklós Gimnázium.

Tantárgyi első helyezettek:
matematika: **Horváth Gábor**, Debrecen, Fazekas Mihály Gimnázium,
fizika: **Császár Balázs**, Szombathely, Premontrei r. Szent Norbert Gimnázium,
számítástechnika: **Várkonyi Dániel**, Székesfehérvár, Teleki Blanka Gimnázium.

A nyerteseknek a díjakat a LOGITRON, a STARTUP BT és a PROCOMB Kft ajánlotta fel. A verseny megrendezését támogatták: a Pro Renovanda Cultura Hungariae Alapítvány és a ZALA Megyei Pedagógiai Intézet.

Kiss Zsolt
a verseny szervezője

A versenyben kitűzött feladatok

Matematika

1. Igazoljuk, hogy ha n 1-nél nagyobb természetes szám, akkor

$$\frac{27}{48} < \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} \cdots + \frac{1}{2n} < 1.$$ (10 pont)

2. Tekintsük az $A_1B_1C_1$ és a hozzá hasonló, kétszer akkora oldalakkal rendelkező, ellenkező körüljárású, tetszőleges $A_2B_2C_2$ háromszöget. Bizonyítsuk be, hogy az A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2 szakaszok A_1, B_1, C_1-hez közelebbi harmadolópontjai egy egyenesen helyezkednek el. (12 pont)

3. Oldjuk meg a következő egyenletet, ha x és y természetes szám:

$$1 + \frac{1}{x-1996} + \frac{1}{y-1996} = \frac{1995}{(x-1996)(y-1996)}$$ (12 pont)

4. Bizonyítsuk be, hogy egy tetszőleges tetraéder felszíne legfeljebb az oldalélei négyzetösszegének $\frac{\sqrt{3}}{6}$-szorosával lehet egyenlő. Mikor áll fenn az egyenlőség? (16 pont)

Fizika

1.

$U = 25$ V				
t (min, sec)	$7'12''$	$14'30''$	$21'52''$	$29'14''$
V (cm^3)	5,0	10,0	15,0	20,0
I (mA)	88,5	89,3	89,7	89,8

Hoffman-vízbontó készülékben szobahőmérsékleten ($t = 20$ °C) fejlődő hidrogéngáz térfogatának időbeli változását mutatja a mellékelt táblázat. (A kísérletek közben mért áramerősség-értékek kiolvashatók a táblázatból.) Határozzuk meg az elemi töltés nagyságát.

2.

Vízszintes asztalon fekvő R sugarú, rögzített félgömbre egy M tömegű, L hosszúságú rúd támaszkodik. A rúd és a félgömb közötti súrlódás elhanyagolható. Mekkora az asztal és a rúd között fellépő μ_t tapadási súrlódási együttható értéke, ha a rúd az asztallappal $\alpha = 30°$-os szöget zár be?

3. $f = 1$ m fókusztávolságú, homorú lencse előtt $t = 3$ m-re egy $T = 0,5$ m magas, világító egyenes fényforrás áll, az optikai tengelyre merőlegesen. A fényforrást megdöntjük úgy, hogy az $\alpha = 30°$-os szöget zárjon be az optikai tengellyel. Szerkesztéssel és számolással is határozzuk meg a fényforrás képének helyét és nagyságát.

4. Egy $L = 5$ m hosszúságú, $A = 4\ \mathrm{m}^2$ keresztmetszetű, felső végén zárt vasbetonhengert 10 m mély tó fenekére eresztettek le (leeresztése során mindvégig függőlegesen tartva). A tó és a levegő hőmérséklete egyaránt 10 ° C.

a) Mekkora a hengerben levő levegőoszlop magassága?

b) Mennyi hőt kellene közölni a henger belsejében levő levegővel, hogy a hengerben csak levegő maradjon?

1997. Számítástechnika

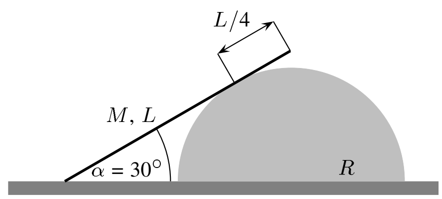
1. feladat. Galton-deszka szimuláció (100 pont)

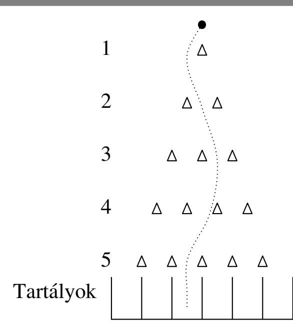
1. ábra ($n = 5$ esetén)

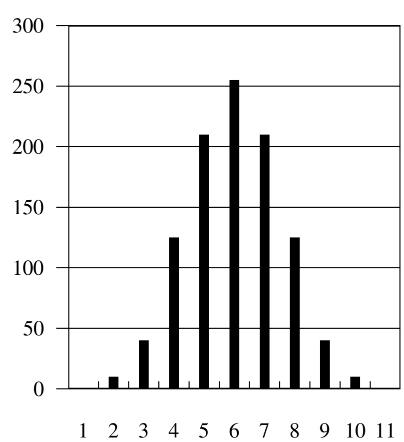
Azt, hogy a binomiális eloszlásnak „köze van" a normális eloszláshoz, a matematikusok sokféle tételben megfogalmazták. Készítsünk a két eloszlás „rokonságának" igazolására kísérleti eszközt a következő elképzelésre építve! Egy deszkában n sorban szabályosan elrendezve ékeket helyezünk el, a k-adik sorban éppen k darabot (*1. ábra*). Golyókat indítunk útnak legfelül, egymás után, amelyek az ékeken véletlenszerűen eltérülve hullanak lefelé, míg végül a legalul elhelyezett $n + 1$ tartály valamelyikében landolnak. Az ékek $1/2$ (P) valószínűséggel térítik el a golyót balra, illetve jobbra. Sok-sok golyóval elvégezve a kísérletet, a normális eloszlás haranggörbéjére emlékeztető alakzat fog kialakulni a lehullott golyók „oszlopaiból".

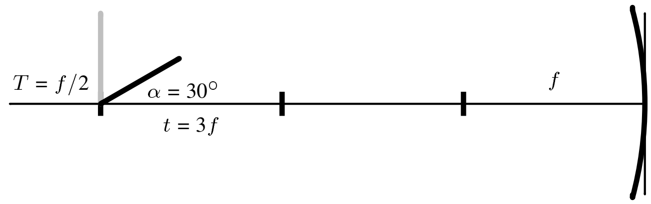
2. ábra ($n = 10$ esetén)

Ezt az ún. Galton-deszka kísérletet kell számítógéppel imitálnod. A program paraméterként kérje be a sorok számát (n), valamint az egyes ékekről való balra eltérülés valószínűségét (P). Rajzold ki a Galton-deszkát a képernyőre, majd billentyűvel vezérelhető sebességgel „kövesd" útjukon a golyókat. Az egyes tartályokba leérkező golyók száma jelenjen meg a tartályoknál, a relatív gyakorisága pedig egy hisztogramon (*2. ábra*), a felhasználó által kívánt golyószámonként kirajzolva. Ha nagyon gyors mozgást kíván, akkor elegendő minden – mondjuk – 100-adik időegységben újrarajzolni a hisztogramot, ha pedig nagyon lassan, akkor minden egyes golyó után. Mindez addig tartson, amíg a felhasználó meg nem unja.

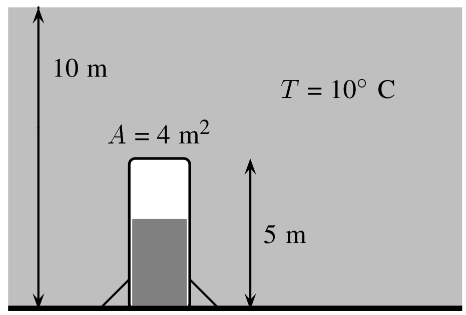








$T = f/2$
$\alpha = 30^\circ$
$t = 3f$
f



10 m
$T = 10^\circ$ C
$A = 4$ m^2
5 m