

1. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\sqrt{x^2 - 10x + 30} + x^2 = 10x - 18.$$

2. Felülnézetben egy  $ABCDEF$  10-egység oldalú szabályos hatszöget látunk, de a valóságban a csúcsok a vízszintes talajhoz képest rendre 4, 6, 3, 6, 2, 3 egység magasan vannak. Az  $AD$ ,  $BE$ , valamint  $CF$  egyenesek felülnézetben látszólag egy pontban metszik egymást. A valóságban milyen távolság van függőlegesen ezen egyenesek között a látszólagos metszéspontnál?

3. Az  $\overline{abc}$  alakú tízes számrendszerbeli négyjegyű szám prímszám. A különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek. A négy számjegy összege 26. Ha a számot egy vágással kétfelé vágjuk, akkor a keletkezett lehetséges számok közül  $\overline{abb}$ ,  $\overline{c}$ ,  $\overline{ab}$ ,  $\overline{bc}$ , valamint  $\overline{bbc}$  is prímszámok. Adjuk meg az összes ilyen tulajdonságú négyjegyű számot.

4. A derékszögű koordináta-rendszerben adottak a következő pontok:  $A(0; 0)$ ,  $B(6; 0)$ ,  $D(0; 6)$ ,  $P(2; 0)$ ,  $S(0; 4)$ ,  $E(9; 0)$ ,  $F(0; 9)$ . Tudjuk továbbá, hogy a  $C$  pont az  $EF$  szakasz belső pontja. A  $CD$  szakasz  $C$ -hez közelebbi harmadolópontja  $R$ , a  $BC$  szakasz  $B$ -hez közelebbi harmadolópontja pedig  $Q$ . Az  $AC$ ,  $BD$ ,  $PR$ ,  $QS$  szakaszok felezőpontjai legyenek rendre  $K$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$ . Határozzuk meg  $C$  pont koordinátáinak függvényében a  $KL : MN$  arányt.

5. A valós számokon értelmezett  $f$  függvény hozzárendelési szabálya:  $f(a) = 2a^3 - 3a^2 + a$ . Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$f(\sin^2 x) + f(\cos^2 x) = 0.$$

6. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\left(\frac{\sqrt{5}}{7}\right)^{\frac{2}{-5+\lg x} - \frac{4}{1+\lg x}} = 9, 8.$$

7. Adott két, egymást két pontban metsző, nem egy síkban fekvő körvonal. Mutassuk meg, hogy mindig létezik olyan gömbfelület, amelyre a két körvonal illeszkedik.

8. Három aranyásó minden nap annyi grammos aranyrögöt talált, ahányadik napja dolgoztak. Hányadik napon tudnak először egyenlően osztozkodni az aranyakon, ha a talált rögöket nem akarják feldarabolni?

**Számadó László**