Vezessük be a következő jelölést:

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}.$$

Az a_n összeg minden tagja $\frac{1}{n}$-nél kisebb, így

$$a_n < n \cdot \frac{1}{n} = 1.$$

Az a_n összeg tagjai nem kisebbek $\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$-nél és

$$\frac{1}{\sqrt{n^2+n}} > \frac{1}{\sqrt{n^2+2n+1}} = \frac{1}{n+1},$$

ezért

$$a_n > n \cdot \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} > 1 - \frac{1}{n}.$$

Pethő Attila (Jászberény, Lehel Vezér Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. Mivel $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n}\right) = 1$, a feladatban szereplő egyenlőtlenségből következik, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 1$.