

<sup>1</sup>A megoldást jövő havi számunkban közöljük. A feladatokat Pataki János és Varga István javaslataiból állítottuk össze.

1. Az  $ABCDEFGH$  kocka csúcsain egy bolha ugrál úgy, hogy egy adott csúcsból  $1/3$  valószínűséggel ugrik a szomszédos csúcsok bármelyikére. Mekkora a valószínűsége, hogy a kocka  $A$  csúcsából elindulva a bolha úgy jut el az  $AG$  testátló  $G$  végpontjába, hogy eközben nem lép vissza az  $A$  csúcsba?  $1/2$  (1);  $3/8$  (2);  $2/5$  (X).

2. Mire fejt ki nagyobb gravitációs vonzóerőt a Föld? A Holdra (1); a Napra (2); esetleg nagyságrendileg egyenlő a két erő (X)

3. Egy külön milliomos úgy dönt, hogy minden nap befizet egy bizonyos, egész forintnyi összeget a bankba: az első napon  $f_1$  forintot, a másodikon  $f_2$  forintot, a további napokon pedig az előző két napi befizetések összegét. Az  $n$ -edik napon így éppen egymillió forintot fizetett be. Mi lehet  $n$  értéke? 20 (1); 21 (2); 22 (X).

4. Egy függőleges, felül rögzített rugó alsó végére homokórát erősítünk, és rezgésbe hozzuk a rendszert. A homokóra ilyen körülmények között biztosan késni fog (1); biztosan sietni fog (2); a kísérlet körülményeitől függően bármelyik eset megvalósulhat (X).

5. Az ábrán egy derékszögű háromszögbe írt négyzetek és az oldalait érintő körök láthatók. Ha a két satírozott kör sugara 5 cm és 45 cm, akkor a középső kör sugara: 9 cm (1); 15 cm (2); 25 cm (X).

6. Erős falú zárt tartály felében víz van, felette normál állapotú levegő. A tartályt lassan melegítve hány fokon kezd el forrni a víz? Kb.  $102^\circ\text{C}$ -on (1); kb.  $200^\circ\text{C}$ -on (2); egyáltalán nem fog forrni (X).

7. Száz elítélt áll egy oszlopban, mindegyikük fején egy sapka, amelynek színe fekete vagy fehér. Előre néznek, az utolsó látja az előtte álló 99-et, az utolsó előtti az előtte álló 98-at és így tovább, a legelső egyetlen sapka színét sem látja. Egy különös bíró végzés nyomán hátulról indulva egyesével megkérdezik őket, milyen színű sapka van a fejükön. Mindenki hangosan nyilatkozik, és aki eltalálja a sapkája színét, azt szabadon engedik, aki viszont rosszul válaszol, azt nyomban főbelövik. Mind a tippet, mind pedig az esetleges lövést hallják a sorbanállók. Mielőtt megkezdődne a procedúra, az elítéltek tanácskozhatnak. Hányan menekülhetnek meg optimális stratégia esetén? Ötvenen biztosan, ennél többen nem feltétlenül (1); több, mint 75-en (2); legfeljebb 67-en (X).

8. Egy gömb alakú, egyenletes tömegeloszlású UFO kering a Nap körül. Egyik fele abszolút fekete, a másik pedig tökéletesen visszaveri a fényt. Melyik felét fordítja stabilan a Nap felé? A tükröző oldalát (1); a fekete oldalát (2); egyiket sem, hanem a választóvonal síkjában lesz a Nap (X).

9. Egy nagy önkiszolgáló raktárban az árukészletet legfeljebb egy tonnás csomagokban tárolják. Van egy háromtonnás és egy tizenegytonnás teherautónk. Jelölje  $M$  tonna azt a maximális terhet, amit ebből a raktárból egy fordulóval biztosan el tudunk szállítani. Ha  $M$  egyszerűsített alakja  $\frac{p}{q}$ , akkor  $p + q$  maradéka hárommal osztva: 0 (1); 1 (2); 2 (X).

10. Van 100 golyónk, és nincs közöttük egyforma tömegű. Legkevesebb hány mérésel tudjuk egy (súlysorozat nélküli) kétkarú mérleggel kiválasztani a legkönnyebb golyót? 49 (1); 101 (2); 99 (X)

11. Egy virágoskertben kétfajta virág van,  $r$  darab rezeda és  $c$  darab ciklámen. A virágok úgy vannak elültetve, hogy minden ciklámentől éppen három rezeda van pontosan egy méter távolságban. Ekkor biztosan  $\frac{c}{r} \leq \frac{1}{3}$  (1);  $\frac{c}{r}$  biztosan korlátos (2); az előző két állítás egyike sem igaz (X).

12. Igen nagy sebességgel elrepül a fejünk felett vízszintesen egy zöld UFO. Milyen színűnek látjuk, amikor éppen függőlegesen felfelé nézünk? Kéknek (1); vörösnek (2); zöldnek (X).

13. Ketten játsszák a következő játékot. Felváltva vesznek el 111 zsetonból, egy lépésben legalább 1-et, de legfeljebb 9-et úgy, hogy egyik játékos sem ismételheti meg az ellenfele előző lépését. A játékban az veszít, aki nem tud lépni. Mindegyik játékos optimális stratégiával játszik. Tekintsük az alábbi állításokat:

- Ha az első játékos 5-tel kezd, akkor megnyeri a játékot.
- Ha az első játékos 4-gyel kezd, akkor megnyeri a játékot.
- A játékot az első játékos nyeri.
- Az előző három állítás közül legfeljebb egy igaz.

Hány hamis van a fenti állítások között? Egy (1); kettő (2); három (X).

13 + 1. Alaszkai aranyásók népes csoportja egy széles folyóhoz érkezik. A túlsó parton – éppen szemben – egy hatalmas aranyrögöt pillantanak meg. Amelyikük először odaér, az kapja meg a bányaművelés jogát. Milyen útvonalat válasszon Joe, ha (a vízhez képest) ugyanolyan gyorsan tud evezni, mint gyalogolni? Úgy kell evezzen, hogy lehetőleg mindig az aranyrög felé mozogjon (1); érdemes minél hamarabb átjutnia a túlsó partra, majd ott visszagyalogolnia (2); a legjobb stratégia attól függ, hogy a vízfolyás és Joe sebességének aránya nagyobb-e vagy kisebb az aranykitermelés arányszámánál (X).

