A fizika I. kategória (szakközépiskolások) feladatai

1. feladat. *Rakéta modellünk egy kiskocsi, amelyen több rugós kilövő szerkezet van elhelyezve. Mindegyik rugó meg van feszítve, és így* $E = 100$ J *rugalmas energiát tárol. A* $M = 100$ kg *össztömegű rendszer kezdetben nyugalomban van. Mekkora lesz a kiskocsi sebessége, ha egymás után három, egyenként* $m = 5$ kg *tömegű golyót lő ki a szerkezet a kocsi hossztengelye mentén ugyanabba az irányba?*

(Arany Tóth László)

Megoldás. Válasszuk vonatkoztatási rendszerül mindig a kocsi kidobás előtti sebességével haladó (tömegközépponti) vonatkoztatási rendszert! Legyen a kocsi sebessége az első kilövés után V_1, a golyó sebessége pedig v_1! A mechanikai energia és a lendület megmaradása miatt

$$E = \frac{1}{2}(M-m)V_1^2 + \frac{1}{2}mv_1^2, \qquad (M-m)V_1 - mv_1 = 0,$$

ahonnan a kiskocsi sebessége (sebességváltozása) az első kilövés után

$$V_1 = \Delta V_1 = \sqrt{\frac{2mE}{M(M-m)}}.$$

A második kilövés után a kocsi sebességváltozása pontosan a fenti képlet szerint számítható, azzal a különbséggel, hogy most M helyett $M' = M - m$ szerepel:

$$\Delta V_2 = \sqrt{\frac{2mE}{(M-m)(M-2m)}},$$

a harmadik kilövés után pedig M helyett $M'' = M - 2m$ írandó:

$$\Delta V_3 = \sqrt{\frac{2mE}{(M-2m)(M-3m)}}.$$

A kiskocsi teljes sebességváltozása (a talajhoz viszonyított sebessége) három golyó kilövése után:

$$V_3 = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 = 1{,}03 \text{ m/s}.$$

2. feladat. *Egyenáramú villanymotorunk álló- és forgórész tekercse sorba van kapcsolva, s összesen* $62\ \Omega$ *ellenállása van. A motort* 220 V *egyenfeszültségre kapcsoljuk. Leadhat-e ez a motor* 200 W *mechanikai teljesítményt?*

(Légrádi Imre)

Megoldás. A kapcsolás vázlata az *1. ábrán* látható. Ha a motor forog, az armatúra vezetőiben az állórész mágneses mezeje elektromotoros erőt indukál. Jelölje a forgórészben mint generátorban keletkezett feszültséget $\mathcal{E}$, az ohmikus ellenállásra eső feszültség pedig IR. Kirchhoff törvénye szerint: $U - \mathcal{E} - IR = 0$, ebből $\mathcal{E} = U - IR$ a motor feszültsége, amely a mechanikai teljesítmény szempontjából számít. A motor teljesítménye:

$$P = I\mathcal{E} = I(U - IR) = -R\left(I - \frac{U}{2R}\right)^2 + \frac{U^2}{4R} \le \frac{U^2}{4R} = P_{\max} = 195{,}16 \text{ W}.$$

A motor tehát nem tud leadni 200 W mechanikai teljesítményt.

3. feladat. 1 *mól kétatomos gázzal a 2. ábrán látható körfolyamatot hajtunk végre. A gáz által felvett hőnek hány százaléka fordítódik hasznos munkára?*

(Jurisits József)

Megoldás. Az $1 \to 2$ és $3 \to 4$ folyamatokban $T \propto V^2$, ahonnan a gáztörvény felhasználásával adódik, hogy $p \propto (T/V) \propto V$. A körfolyamat tehát a $p - V$ diagramon is egy trapézzal szemléltethető, és az 1., 2., 3. és 4. pontok állapotjelzői a megadott adatokból, illetve a gáztörvényből kiszámítható (*3. ábra*). A hasznos munka:

$$W = \frac{p_1 + p_2}{2}(V_2 - V_1) - \frac{p_3 + p_4}{2}(V_2 - V_1) = 615{,}7 \text{ J}.$$

A felvett hő:

$$Q_{\text{fel}} = Q_{41} + Q_{12} = \Delta E_{41} + \Delta E_{12} - W_{12} = \frac{f}{2}nR\,(T_2 - T_4) + \frac{p_1 + p_2}{2}(V_2 - V_1) = 10{,}6 \text{ kJ},$$

A hatásfok: $\eta = W/Q = 5{,}81$ %.

4. feladat. *Egy fotocella katódját növekvő frekvenciájú fénnyel megvilágítva* $3\cdot 10^{14}$ s^{-1} *frekvencia esetén indul meg az anódáram. Ezen fotocella anódja és katódja közé* 1 pF *kapacitású kondenzátort kapcsolunk, és a katódot* 425 nm *hullámhosszú fénnyel világítjuk meg. Elegendő hosszú ideig történt megvilágítás esetén hány elektron érkezik az anódra?*

(Blészer Jenő)

Megoldás. Az anódáram megindulásakor a foton energiája a kilépési munkát fedezi: $W_{\mathrm{ki}} = hf_1 = 2\cdot 10^{-19}$ J. A második esetben alkalmazott fény frekvenciája: $f_2 = c/\lambda = 7\cdot 10^{14}$ s^{-1}. A katódot elhagyó elektronok mozgási energiája: $E_{\mathrm{m}} = hf_2 - W_{\mathrm{ki}} = 2{,}64\cdot 10^{-19}$ J.

Miközben az elektronok a katódból kilépve az anódra jutnak, a katód pozitív, az anód negatív töltésűvé válik, és ezáltal egy „ellentér" alakul ki, amely elegendően hosszú idő múlva leállítja az elektronok anódra jutását. A kondenzátoron kialakult U ellenfeszültség mérhető a katód és az anód között is. Ez az elektromos mező az elektronok potenciális energiájának felemelésére elektrononként eU munkát végez, ami a munkatétel szerint ($W = \Delta E_{\mathrm{kin}}$) megegyezik az elektron mozgási energiájának megváltozásával: $eU = 0 - E_{\mathrm{m}}$, ahonnan kiszámítható a katódnak az anódhoz viszonyított feszültsége: $U = 1{,}65$ V. A kondenzátor töltése: $Q = CU = 1{,}65\cdot 10^{-12}$ C, a kondenzátorra jutó elektronok száma: $n = Q/e = 1{,}03\cdot 10^{7}$ db. (A fotocella saját kapacitását elhanyagoltuk.)

A fizika II. kategória feladatai

1. feladat. *Autó kerekének sugara R. A szelepsapka r távolságra van a kerék tengelyétől. Az autó álló helyzetből csúszásmentesen, állandó gyorsulással elindul. Megvalósítható-e valamilyen módon, hogy a szelepsapkának ne legyen gyorsulása*

a) *az alsó helyzet utáni* 1/8 *fordulatnál,*

b) *az alsó helyzet előtti* 1/8 *fordulatnál?*

(Jurisits József)

I. megoldás. A kívánt gyorsulásmentes állapothoz az adott pillanatban az autó (keréktengely) gyorsulásának ($\mathbf{a}$), a szelepsapka sugár irányú (normál) gyorsulásának ($\mathbf{a}_n$) és érintőleges (tangenciális) gyorsulásának ($\mathbf{a}_t$) zérus eredőt kell adnia. A *4. ábrából* látszik, hogy az *a*) esetnek megfelelő A pontban ez nem teljesülhet.

A b) esetben (B pontban) fennállhat a kért gyorsulásmentesség, ha a tangenciális és normális gyorsulás egyenlő nagy, és a belőlük alkotott vektorparalelogramma olyan négyzet, amelynek az átlója éppen az autó gyorsulásával azonos nagyságú: $a_t = a_n = a/\sqrt{2}$, azaz $a/\sqrt{2} = r(a/R)$, ahonnan $R = r\sqrt{2}$. Eszerint a szelepsapka csak meghatározott távolságra ($r = R/\sqrt{2} \approx 0{,}71R$) lehet a tengelytől.

Mivel az indulás után t idővel $a_n = r(at/R)^2$ és $a_t = r(a/R)$, az $a_t = a_n$ feltétel akkor teljesül, ha $t = \sqrt{R/a}$, és így a kerék szögelfordulása az indulási helyzethez képest

$$\varphi = \beta\frac{t^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{a}{R}t^2 = \frac{1}{2}\,\mathrm{rad} = 28{,}65^\circ.$$

Eszerint az indulás pillanatában a szelepsapkához húzott sugár a függőlegessel $\alpha + \varphi = 73{,}65^\circ$-os szöget kell bezárjon.

2. feladat. *Egy f szabadsági fokú ideális gáz T_0 hőmérséklettől $2T_0$-ig tartó folyamata esetén $V = aT^2$ ($a =$ konstans). Adjuk meg a mólhőt a hőmérséklet függvényében!*

(Szvetnik Endre)

Megoldás. A hőtan első főtétele ($\Delta E = Q + W$) kis megváltozásokra (amikor a nyomás állandónak vehető):

$$nC_V\Delta T = nC\Delta T - p\Delta V.$$

Innen kifejezhetjük a T hőmérséklethez tartozó mólhőt:

$$C(T) = C_V + \frac{1}{n}p(T)\cdot\frac{\Delta V(T)}{\Delta T}.$$

Felhasználhatjuk, hogy pl. a szabadesésnél $gt^2/2$ változási gyorsasága gt, így az aT^2 függvény (T változó szerinti) változási üteme $2aT$. Eszerint

$$C(T) = C_V + \frac{1}{n}p(T)\cdot 2aT.$$

A nyomást az ideális gáz állapotegyenletéből kifejezve és $V = aT^2$ -et felhasználva végül azt kapjuk, hogy a folyamat során mólhő állandó, értéke $C = C_V + 2R = (f/2)R + 2R$.

3. feladat. *Egy l hosszúságú, N menetes nyitott szolenoid felénél, belül lévő r sugarú körgyűrűben az áramerősség időben egyenletesen változik. A körgyűrű síkja merőleges a szolenoid tengelyére, az áramerősség változási gyorsasága $\Delta I/\Delta t$.*

a) *Mekkora feszültség indukálódik a szolenoidban?*
(Adatok: $l = 2$ m, $N = 2000$, $r = 5$ cm, $\Delta I/\Delta t = 40$ A/s, $L_{12} = L_{21}$.*)*

b) *A fenti elrendezésnél a tekercs árama állandó* I_2 *nagyságú, a körgyűrű árama pedig kezdeti zérus értékről egyenletesen* I_1*-re nő. A körgyűrű önindukciós együtthatója* L_1*. Mennyivel változik a mágneses mező energiája a folyamat során?*
(Adatok: $I_1 = 2$ A, $I_2 = 4$ A, $L_1 = 0{,}3$ μH.*)*

(Szvetnik Endre)

Megoldás. *a*) A szolenoid feszültsége: $U_2 = L_{21}(\Delta I/\Delta t)$ módon számítható; feladatunk tehát L_{21}, vagy a vele megegyező L_{12} kölcsönös indukciós együttható meghatározása.

Tekintsük azt az elrendezést, amikor a körgyűrű nyitott, és a szolenoidon átfolyó áram tetszőleges $\Delta I_2/\Delta t$ tempóban változik! Ekkor a körgyűrű feszültsége a kölcsönös indukciós együtthatóval és a Faraday-féle indukciós törvénnyel felírva:

$$U_1 = L_{12}\frac{\Delta I_2}{\Delta t} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\mu_0 N r^2 \pi}{l}\frac{\Delta I_2}{\Delta t},$$

ahonnan $L_{12} = \mu_0 N r^2 \pi / l$, és szolenoidban indukálódó feszültség $U_2 \approx 0{,}4$ mV.

b) Határozzuk meg először a körgyűrű telepének a Joule-féle hőn felüli energiaváltozását! A szolenoid által keltett mágneses mező (állandó lévén) nem hoz létre fluxusváltozást a körgyűrűben, így a keresett energia úgy számítható, mintha a szolenoid nem lenne jelen. A körgyűrű telepének energiája tehát a mágneses mező keltése miatt $\Delta W_1 = -L_1 I_1^2/2$ értékkel megváltozott (lecsökkent). Mivel a körgyűrű változó árama fluxusváltozást hoz létre a szolenoidban, így annak állandó árama egy megfelelő telep működtetésével biztosítható. Keressük meg ennek a telepnek a fluxusváltozás miatti energiaváltozását:

$$\Delta W_2 = \mp U_2 I_2 t = \mp L_{12} \cdot (I_1/t) \cdot I_2 t = \mp L_{12} \cdot I_1 I_2.$$

(Az előjel attól függően pozitív vagy negatív, hogy a köráram és a szolenoidban folyó áram azonos vagy ellentétes irányú.)

A két telep együttes energiaváltozásának (-1)-szerese természetesen egyenlő a mágneses mező energiaváltozásával (a Joule-féle hőhöz szükséges energiaváltozástól eltekintve, amit itt nem is számítottunk bele.) Ezzel a mágneses mező keresett energiaváltozása:

$$\Delta W_m = -(\Delta W_1 + \Delta W_2) = \frac{1}{2}L_1 I_1^2 \pm L_{12} I_1 I_2 = (0{,}6 \pm 79)\cdot 10^{-6}\ \text{J}.$$

4. feladat. *Magas lejtőről csúszásmentesen gurul le egy golyó a törésmentesen csatlakozó vízszintes síkra. A golyó útjában egy fal áll. Melyik esetben ér előbb a pálya végén levő falhoz, ha van a vízszintes síkon súrlódás, vagy ha nincs? Adja meg és indokolja a válaszát arra az esetre, ha a folyamat* a) *levegőben, illetve* b) *vákuumban megy végbe!*

(Holics László)

Megoldás. *a*) A leguruló golyó a *hosszú* lejtőn viszonylag nagy sebességre tesz szert, tehát a közegellenállás jelentős. A két eset összehasonlításában csak ez okozhat különbséget.

A golyó mindkét esetben azonos végsebességgel érkezik a lejtő aljára. Ha nincs súrlódás a vízszintes síkon, akkor csak a közegellenállás fékezi a golyót, és az valamennyire csökkenő sebességgel valamennyi idő alatt eléri a falat, miközben változatlan szögsebességgel forog.

Ha van súrlódás a vízszintes síkon, akkor a tömegközéppontot fékező közegellenállás tapadó súrlódási erőt provokál ki a talajból (u.i. a csúszásmentesség kezdeti $a = r\beta$ kényszerkapcsolata mindvégig megmarad), és ez a kényszerkapcsolat a szögsebességgel ellentétes irányú (fékező) szöggyorsulást kell hogy eredményezzen. Így a forgási energia egy része áttevődik a haladási szabadsági fokra, illetve a haladás irányába előremutató S tapadó súrlódási erő segíti a golyót a haladásában (*6. ábra*). Lassabban csökken a tömegközéppont sebessége, és így előbb éri el a falat.

b) Ha nincs közegellenállás, a gördülő golyó lényegében mindkét (súrlódásos és súrlódásmentes) esetben azonos idő alatt éri el a falat, mivel hiányzik a tömegközéppont sebességét csökkentő erőhatás. A golyó tehát mindkét esetben csúszásmentesen gördül, még a tapadási erő hiányában is. Ha azonban figyelembe vesszük — az egyébként rendszerint elhanyagolható — gördülő ellenállást, a súrlódásos esetben ér egy hajszálnyival később ér a falhoz a golyó, ui. a gördülő ellenállás a talaj benyomódásának következménye (feltehetjük, hogy sima és érdes talajon azonos érték), és mint ilyen fékező forgatónyomatékot fejt ki a golyóra, azaz most a tömegközéppont gyorsabban halad, mint a sugár és szögsebesség szorzata, így a talajra előre mutató súrlódási erőt fejt ki. Ennek az erőnek az ellentettje hat a golyóra, tehát kis mértékben fékezi azt, míg a súrlódásmentes talajon ez az erő nem lép fel.

A fizika III. kategória feladatai

1. feladat. *Egy könnyen forgatható m tömegű szerencsekerék R sugarú, $R/2$ magasságú hengerének alapja és palástja azonos vastagságú és anyagú lemezből készült. A kezdetben nyugvó kerék belsejében $r = R/6$ sugarú, ugyancsak m tömegű tömör golyó a henger aljától $R/4$ magasságban érintkezik a henger felületével, és a kezdőpillanatban nyugalomban van.*

a) *Mekkora forgatónyomatékot kell a szerencsekerékre kifejtenünk, hogy a benne levő gömb tömegközéppontja nyugalomban maradjon?*

b) *Mekkora munkát végzünk így* 2 s *alatt?*

c) *Mekkora a golyó és a szerencsekerék szöggyorsulása? (A golyó csúszásmentesen gördül. Legyen $R = 0,54$ m és $m = 2$ kg. A hajtókar tömege elhanyagolható.)*

(Holics László)

Megoldás. *a*) Ahhoz, hogy a golyó tömegközéppontja helyben maradjon, a rá ható összes erők összege zérus kell hogy legyen. A golyóra a nehézségi erő, a kényszererő és a tapadó súrlódási erő hat (*8. ábra*). A tapadási erő $S = mg\sin\alpha$ kell legyen (hiszen a golyó érintő irányban nem gyorsul). A megadott feltétel szerint $\sin\alpha = d/R = \sqrt{7}/4$, innen $\alpha = 41{,}4°$, a tapadási súrlódási erő pedig 13,23 N.

A golyó kerületi gyorsulása

$$a_k = r\beta_{\text{golyó}} = r\frac{Sr}{\frac{2}{5}mr^2} = \frac{5g\sin\alpha}{2}.$$

(Természetesen ugyanekkora a szerencsekerék palástjának kerületi gyorsulását is.) A szerencsekerék szöggyorsulása: $\beta_{\text{szk}} = a_k/R$. Ezt a kerékre ható forgatónyomatékok, vagyis az általunk kifejtett M forgatónyomaték és a tapadó súrlódási erő SR forgatónyomatékának különbsége okozza: $M - SR = \Theta_{\text{szk}}\beta_{\text{szk}}$.

Meghatározandó még a szerencsekerék tehetetlenségi nyomatéka. Mivel (a megadott adatok mellett) a palást területe éppen megegyezik egy-egy körlap területével, a tömegek aránya is ennek megfelelő: $m_{\text{palást}} = \dfrac{1}{3}m$, illetve $m_{\text{alap}} = \dfrac{2}{3}m$. Így

$$\Theta_{\text{szk}} = \Theta_{\text{palást}} + \Theta_{\text{alap}} = m_{\text{palást}} \cdot R^2 + m_{\text{alap}} \cdot \frac{R^2}{2} = \frac{m}{3} \cdot R^2 + \frac{2m}{3} \cdot \frac{R^2}{2} = \frac{2}{3}mR^2.$$

Az általunk kifejtendő forgatónyomaték tehát $M = \dfrac{8}{3}mgR\sin\alpha \approx 19{,}1$ Nm.

b) Munkavégzésünk a kerék és a golyó mozgási energiáját növeli:

$$W = \Delta E_{\text{szk}} + \Delta E_{\text{golyó}} = \frac{1}{2}\Theta_{\text{szk}}\,\omega_{\text{szk}}^2 + \frac{1}{2}\Theta_{\text{golyó}}\,\omega_{\text{golyó}}^2 = \frac{8}{15}mR^2\left(\beta_{\text{szk}}t\right)^2 = 1{,}17 \text{ kJ}.$$

c) A szerencsekerék szöggyorsulása $\beta_{\text{szk}} = a_{\text{szk}}/R \approx 30{,}6\ \text{s}^{-2}$, a golyóé pedig $\beta_{\text{golyó}} = 6\beta_{\text{szk}} \approx 184\ \text{s}^{-2}$.

2. feladat. $R = 8$ cm *sugarú,* $A = 2\ \text{mm}^2$ *kör keresztmetszetű rézkarika egyenletesen változó indukciójú, a síkjára merőleges homogén mágneses mezőben van. Az indukció $t = 0$-kor $B_0 = 0$, és $t = 0{,}2$ s alatt $B = 2$ T értékre nő. Mekkora ω szögsebességgel kell a karikát egyenletesen forgatnunk, hogy $t_1 = 0{,}1$ s időpillanatban ne legyen benne rugalmas feszültség? Megoldható-e ez a feladat* 2 T*-ról* 0*-ra csökkenő mágneses indukció esetén? (Az önindukciós hatás elhanyagolható.)*

(Holics László)

I. megoldás Az időben változó mágneses mező elektromos mezőt kelt, amely a fémgyűrűbe hatol és abban áramot indít meg. Erre az immár áramtól átjárt vezetőre ugyanettől (az időben növekvő indukciójú) mezőtől az indukcióvonalakra és a körvezetőre merőleges, az indukált áram iránya miatt a kör középpontja felé irányuló Lorentz-erő hat (*9. ábra*), amely a körvezetőt összeroppantani igyekszik. Ezáltal abban rugalmas feszültséget hoz létre. (Ha időben csökkenő indukciójú mágneses mezőben lenne a karika, akkor arra szétfeszítő erő hatna!) Meg kell határoznunk ezt az erőt. Mivel a mező időben egyenletesen változik, az indukált elektromos térerősség és így a körfeszültség is időben állandó, az önindukció nem játszik szerepet. Az indukált áram erőssége (Ohm törvényét alkalmazva esetünkre):

$$I = \frac{U_0}{r} = \frac{\Delta\Phi}{r\Delta t} = \frac{\Delta B R^2\pi}{(2R\pi\varrho/A)\Delta t} = \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot \frac{RA}{2\varrho}.$$

A keletkező rugalmas feszültséget úgy számíthatjuk ki legegyszerűbben, hogy meghatározzuk az egy félkörre ható eredő mágneses erőt, és azt osztjuk a vezeték keresztmetszetének kétszeresével. A félkörre ható erő pedig nyilván akkora, mint egy félkörből és átmérőjéből álló áramjárta vezeték $2R$ *átmérőjére* ható erő, hiszen a vezető a homogén mezőben semerre sem gyorsul, így a rá ható Lorentz-erő eredője nulla kell legyen (*10. ábra*). Ezzel a *félkörre* ható erő: $F = B_1 I \cdot 2R$, ahol B_1 a t_1 időpillanatban a mágneses indukció nagysága. Mivel a félkör végpontjaiban az egyik félkört a másikkal összenyomó erők egymással párhuzamosak, az egyik keresztmetszetre az eredő fele jut: $F_1 = F/2 = B_1 IR$, ahol $B_1 = (\Delta B/\Delta t)t_1 = B_{\max}/2$. Így a rugalmas feszültség, amit a Lorentz-erő okoz:

$$\sigma = \frac{F_1}{A} = \frac{1}{A}\,\frac{B_{\max}}{2}\,\frac{\Delta B}{\Delta t}\,\frac{RA}{2\varrho}R = \frac{B_{\max}}{4\varrho}\,R^2 \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}.$$

A karika megforgatásával azt érjük el, hogy a mágneses mező okozta nyomófeszültség mellett egy húzófeszültség is fellép, amelyek — megfelelő fordulatszám esetén — éppen kompenzálhatják egymást. Ezért nem sikerülne a kísérlet *csökkenő* indukciójú mezőben, ahol a mágneses erők is széthúzó jellegűek (a karikában az áram iránya ellentétesre változna, de a **B** vektor iránya ugyanaz maradna, s így a Lorentz-erő iránya megfordulna).

A mechanikai feszültség kétféle gondolatmenettel is meghatározható. A középpontján átmenő, síkjára merőleges tengely körül megforgatott gyűrű kicsiny, d sűrűségű, $\Delta m = d\,AR\varphi$ tömegű darabjára

$$F_c = \Delta m \cdot R\omega^2 = AR^2 d \cdot \varphi \cdot \omega^2$$

nagyságú centripetális erőnek kell hatnia, ha a kis tömegelemet egyenletes körmozgásra kényszerítjük. Ezt az erőt a vele érintkező szomszédos rétegek fejtik ki (rugalmas kölcsönhatás útján) a *11. ábrának* megfelelően. A φ középponti szög a kétfelé húzó erővektorok által bezárt szöggel is egyenlő (merőleges szárú szögek), ezért az erők eredője (a tömegelemre ható centripetális erő):

$$F_c = 2F_1 \sin\frac{\varphi}{2} \approx 2F_1\frac{\varphi}{2}.$$

F_c kétféleképpenm felírt alakjának összevetéséből a húzóerőre $F_1 = AR^2\omega^2 d$, a rugalmas feszültségre pedig $\sigma_r = F_1/A = R^2\omega^2 d$ adódik.

A két különböző okból keletkező, ellenkező irányú rugalmas feszültség megkívánt egyenlőségéből meghatározhatjuk a szükséges szögsebességet:

$$\omega = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{B_{\max}}{\varrho d}\,\frac{\Delta B}{\Delta t}} \approx 177\ \mathrm{s}^{-1},$$

illetve a megfelelő fordulatszámot: $n = \omega/(2\pi) = 28{,}2\ \mathrm{s}^{-1}$.

II. megoldás. Abból is kiindulhatunk, hogy akkor nem keletkezik rugalmas feszültség a karikában, ha annak egy tetszőleges kis tömegelemére ható mágneses Lorentz-erő éppen az R sugarú körpályához tartozó normálerőt biztosítja (ekkor ui. akár egymástól mechanikailag független körívdarabkákra oszthatnánk a karikát, részei megmaradnának az R sugarú pályán, a karika alakja nem változna meg rugalmas feszültség hiányában sem).

A rézkarika kicsiny Δl hosszúságú, Δm tömegű darabkájának mozgásegyenlete (csak sugár irányú erő hat): $B\cdot i\cdot\Delta l = \Delta m R\omega^2$. Δl-lel osztva a lineáris tömegsűrűség jelenik meg, ami az össztömegből és a kerületből kiszámítható:

$$B \cdot i = \frac{\Delta m}{\Delta l}R\omega^2 = \frac{m}{2R\pi}R\omega^2 = \frac{m\omega^2}{2\pi}.$$

A pillanatnyi indukció és a pillanatnyi áramerősség értékét beírva:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}t \cdot \frac{U_{\mathrm{ind}}}{r} = \frac{m\omega^2}{2\pi}.$$

Az indukált feszültség és a körvezető ellenállása az adatokból meghatározható, a karika tömege pedig a sűrűségével és a geometriai adataival kifejezhető. Ezeket is felhasználva mozgásegyenletünk így írható:

$$\left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)^2 \cdot t \cdot \frac{RA}{2\varrho} = RA\omega^2 d,$$

ahonnan a keresett szögsebesség (a karika sugarától és vastagságától függetlenül)

$$\omega = \frac{\Delta B}{\Delta t}\sqrt{\frac{t}{2\varrho d}} \approx 177\ \mathrm{s}^{-1}.$$

3. feladat. *$T_0 = 300$ K hőmérsékletű héliumgáz $2T_0$-ig tartó folyamatában a mólhő $2R =$ állandó. A folyamatban szereplő gáz anyagmennyisége $n = 5$ mol, a T_0-hoz tartozó térfogat $V_0 = 0{,}2\ \mathrm{m}^3$. Ábrázoljuk a folyamat $p - V$ diagramját!*

(Szvetnik Endre)

Megoldás. A hőtan első főtétele kis megváltozásokra egyatomos gáz esetén:

$$\frac{3}{2}Rn\Delta T = 2Rn\Delta T - p\Delta V, \qquad \text{vagyis} \qquad 2p\Delta V = nR\Delta T.$$

Az ideális gáz egyenlete kis megváltozásokra:

$$\Delta(pV) = \Delta(nRT), \qquad \text{azaz} \qquad p\Delta V + V\Delta p = nR\Delta T.$$

A pV szorzatot egy téglalap területének véve azonnal látszik, hogy egy kis területnövekedés a fenti módon kiszámítható (*12. ábra*). A fenti két egyenletből

$$\frac{\Delta p}{\Delta V} = \frac{p}{V},$$

és mivel az okoskodás a folyamat *bármely* részén érvényes, a $p-V$ diagram egyenes arányosságot fejez ki (lásd a *13. ábrát*).

A kezdeti nyomást a $p_0V_0 = nRT_0$ gáztörvényből lehet számolni: $p_0 = 6{,}2 \cdot 10^4$ Pa. A végső térfogat (V') és a végső nyomás (p') között a következő összefüggések állnak fenn: $p'V' = nR\,(2T_0)$ (gáztörvény), valamint $p/V = p'/V'$ (p és V arányossága). Ezekből $V' = \sqrt{2}V_0 = 0{,}28$ m^3 és $p' = \sqrt{2}p_0 = 8{,}8 \cdot 10^4$ Pa adódik. A folyamat a $p-V$ diagramon a kezdő- és a végállapotnak megfelelő pontok közötti egyenessel írhatjuk le (*14. ábra*).

A fizika I. kategória végeredménye

1. **Mihajlik Gábor** (Vác, Boronkay György Műszaki Szakközépiskola, 11. évf.), tanára: Arany Tóth László;
2. **Nagy Péter** (Budapest, Egressy Gábor Ipari Szakközépiskola, 12. évf.), tanára: Zentai Magdolna;
3. **Orbán József** (Budapest, Bolyai János Elektronikai Szki., 12. évf.), tanára: Csapó Mária;

4. *Hegedűs Miklós* (Debrecen, Gábor D. Elektr. Műsz. Középisk., 12. évf); 5. *Csibra Norbert* (Jászberány, Liska J. Erősáramú Szki. és Gimn., 12. évf.); 6. *Bíró Előd* (Budapest, Puskás T. Távközl. Techn., 12. évf.); 7. *Lovas László* (Szeged, Déri M. Ip. Szki., 12. évf.); 8. *Sipos Péter* (Budapest, Trefort Á. Kéttannyelvű Műsz. Szki. és Gimn., 11. évf); 9. *Lugosi Attila* (Budapest, Puskás T. Távközl. Techn., 12. évf.); 10. *Bodonyi Gábor* (Jászberény, Liska J. Erősáramú Szki. és Gimn., 12. évf.).

A fizika II. kategória végeredménye

1. **Tóth Bálint** (Budapest, Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimn., 11. évf.) tanárai: Dvorák Cecília, Horváth Gábor;
2. **Karádi Richárd** (Győr, Révai Miklós Gimn., 12. évf.) tanárai: dr. Somogyi Sándor, Nagy Attila;
3. **Józsa István Gergő** (Debrecen, KLTE Gyakorló Gimn., 11. évf.) tanárai: Farkas József, dr. Szegedi Ervin;

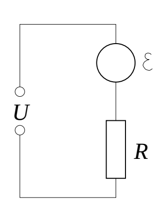
4. *Lippner Gábor* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 12. évf.); 5. *Németh András* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. évf.); 6. *Tóth Ádám* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 12. évf.); 7. *Császár Balázs* (Szombathely, P. R. Szent Norbert Gimn., 12. évf.); 8. *Boja Bence* (Budapest, Árpád Gimn., 12. évf.); 9. *Gáli Gergely* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 12. évf.); 10. *Bérczi Gergely* (Szeged, JATE Ságvári E. Gyak. Gimn., 12. évf.).

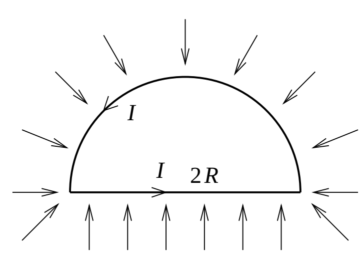
A fizika III. kategória végeredménye

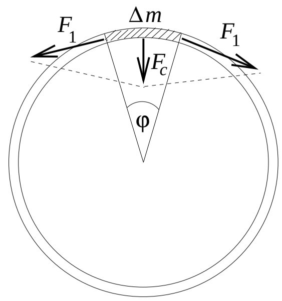
1. **Bálint Imre** (Szeged, JATE Ságvári Endre Gyakorló Gimn., 12. évf) tanára: Homolya Ernő;
2. **Kormos Márton** (Debrecen, KLTE Gyakorló Gimn., 12. évf.) tanárai: Farkas József, dr. Szegedi Ervin;
3. **Somogyi Gábor** (Debrecen, Tóth Árpád Gimn., 12. évf.) tanárai: Baló Péter, dr. Szegedi Ervin;

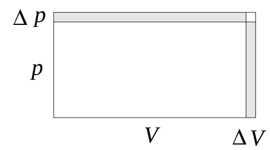
4. *Hegedűs József* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 12. évf.); 5. *Váry Mátyás* (Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn., 12. évf.); 6. *Szöllősi Gergely* (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., 12. évf.); 7. *Nagymányoki Zoltán* (Budapest, Veres Péter Gimn., 12. évf.); 8. *Vasvári Gergely* (Pannonhalma, Bencés Gimn., 12. évf.); 9. *Pál András* (Budapest, Eötvös J. Gimn., 11. évf.); 10. *Pandur Sándor* (Budapest, Apáczai Csere J. Gimn., 11. évf.).

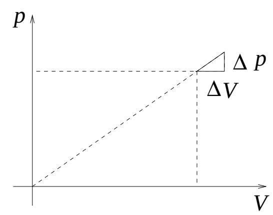
Holics László

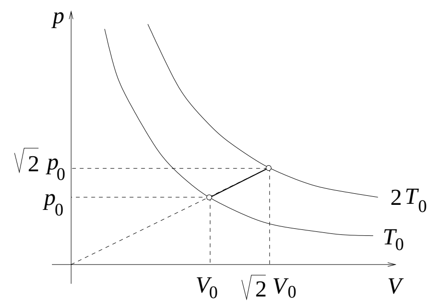


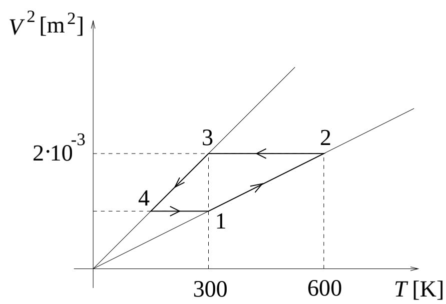


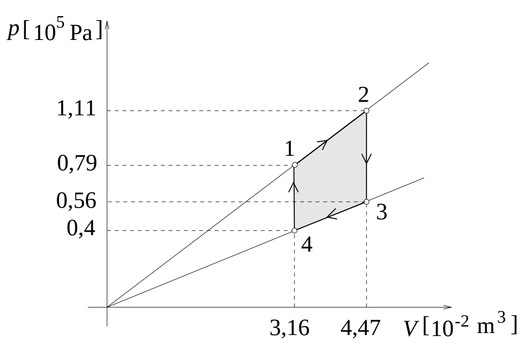

Δm
F1
F1
Fc
φ

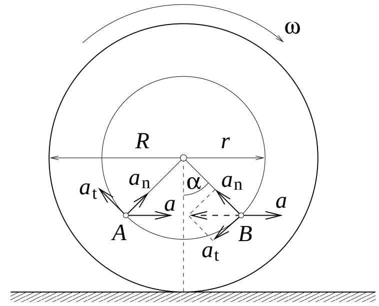

Δ p
p
V
Δ V

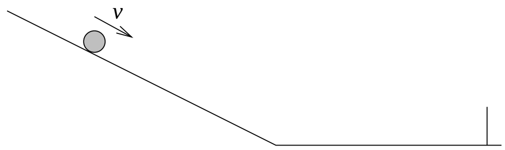

p
Δ p
ΔV
V

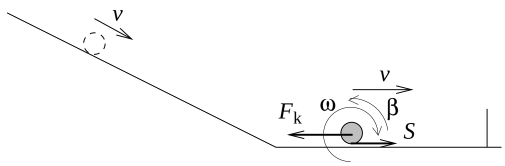

p
√2 p0
p0
2 T0
T0
V0
√2 V0
V

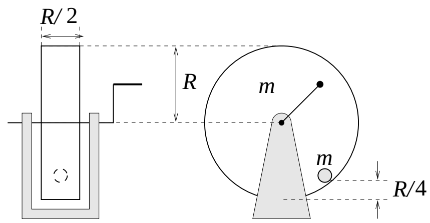

V2 [m2]
2·10-3
3
2
4
1
300
600
T [K]

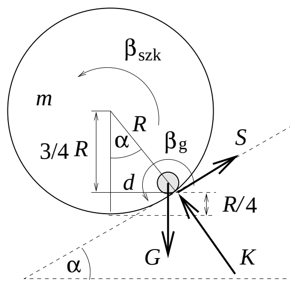

p [105 Pa]
1,11
0,79
0,56
0,4
2
1
3
4
3,16
4,47
V [10-2 m3]

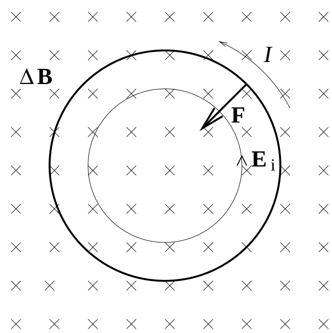

ω
R
r
an
α
an
at
a
a
A
B
at


v


v
v
F k
ω
β
S


R/ 2
R
m
m
R/4


β szk
m
R
α
3/4 R
β g
S
d
R/4
G
K
α


Δ B
I
F
E i