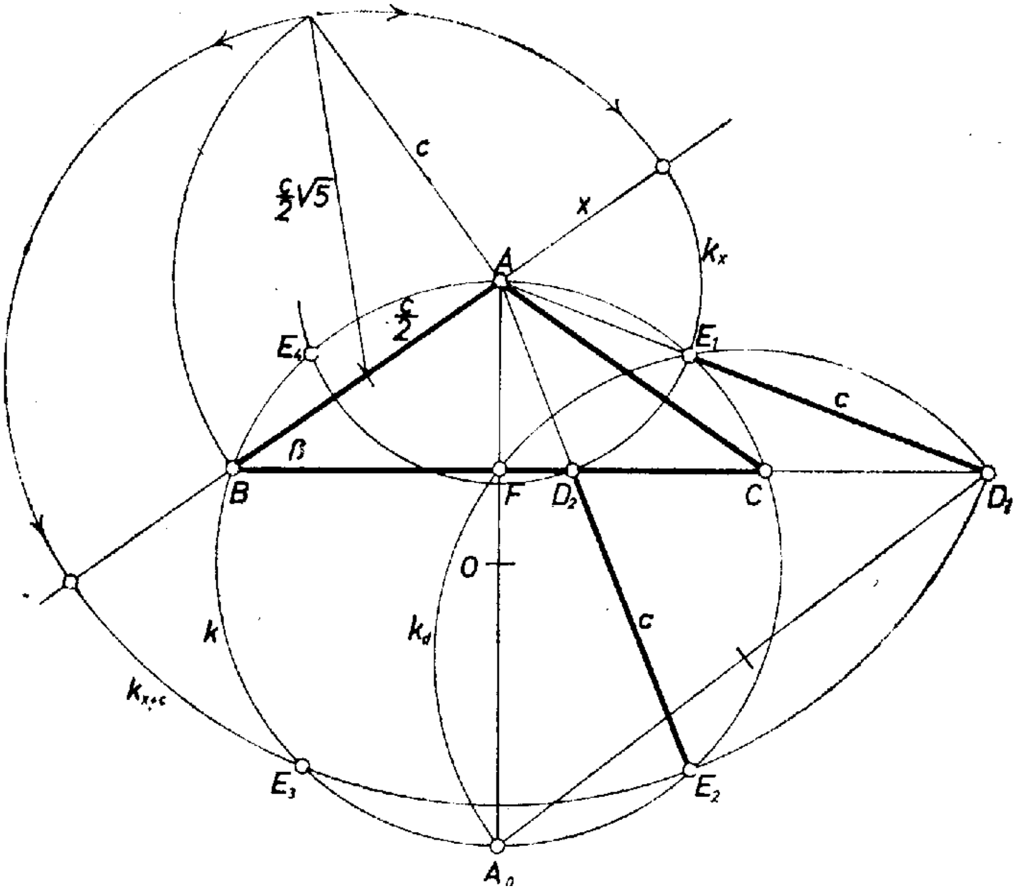


1. ábra

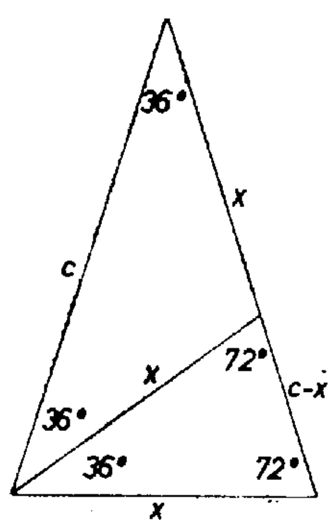
A k körülírt körnek A-ból induló AA_0 átmérője és a DA_0 szakasz is a keresett E-ből derékszögben látszik, akár az AB szakaszon keletkezik D, akár a meghosszabbításán. A DA_0 átmérőjű k_d Thalesz-kör átmegy E-n és a BC alap F felezőpontján is. Az AD, AA_0 félegyenesek k_d-nek szelői, ezért

$$AD \cdot AE = AF \cdot AA_0 = AB^2 = c^2.$$

Jelöljük AD és AF kisebbikét x-szel, így a nagyobbik a követelmény szerint $x + c$, és

$$x(x + c) = c^2\text{-ből} \qquad x = \frac{c}{2}(\sqrt{5} - 1),$$

(a másik gyökre $|x_2| = c(\sqrt{5} + 1)/2 = x + c$, vagyis AD és AE nagyobbika).
Egyenletünk $\frac{x}{c} = \frac{c - x}{x}$ átrendezése alapján x annak az egyenlő szárú háromszögnek az alapja, amelynek a szárai c és szögük $36°$ (2. ábra), más szóval x a c sugarú körbe írt szabályos 10-szög oldala.



2. ábra

Eszerint x megszerkeszthető a (szabályos 5-szög révén) ismert Ptolemaiosz-féle szerkesztéssel; sőt abból a $c\sqrt{5}/2$ átfogónak az ellentétes irányba való forgatásával $(x+c)$ is kiadódik.

Most már az A körüli x sugarú k_x kör mindenesetre metszi k-t, hiszen $x < c = AC$, a metszéspont megfelel E-ként és meghatározza a keresett félegyenest (az AA_0-ra való szimmetria alapján elég venni az egyik metszéspontot). Előfordulhat, hogy k_x a BC szakaszt is metszi vagy éppen érinti, ekkor a közös pont második megoldásként megfelel D szerepére. Ennek feltétele

$$x \geq AF, \qquad \text{másképpen} \qquad \frac{AF}{AB} = \sin\gamma \leq \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$\gamma \leq 38°10', \alpha \geq 103°39'$, és ennek megfelelően a megoldások száma 4, 3, illetve 2.

Magyar Zoltán (Budapest, Jedlik Á. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzések. 1. Két érdekes speciális eset:

$\gamma = 30°$, azaz $c = r$ mellett $x = \frac{r}{2}(\sqrt{5}-1) = 2r\sin 18°$, ami a k-ba írt szabályos 10-szög oldala, és $x+c = 2r\sin 54°$, ami a 10-szög 3 oldalát levágó átló, a szabályos csillagtízszög oldala;

$\gamma = 54°$ mellett pedig $c = \frac{r}{2}(\sqrt{5}+1),\ x = r, \quad AOE\sphericalangle = 60°$.

2. Ezúttal is sok a nem teljes dolgozat, beküldőik megelégedtek 1 megoldással, amit talán a „magas” kiindulási háromszög okozhatott, a tompaszögtől való „irtózás”.