Jelöljük a $P(1,\, y)$ egy változós polinomot $Q(y)$-nal, $(k-1)$-et m-mel. Válasszuk $u_1,\, u_2,\, \ldots,\, u_m$ értékét egyenlőnek, közös értéküket jelöljük a-val, és legyen

$$u_k = 1 - ma.$$

Feladatunk *b)* feltétele szerint a Q polinomra

$$m\,Q(a) + Q(1-ma) = 0 \tag{1}$$

teljesül. Mivel Q polinom, (1) bal oldalán a-nak is egy polinomja áll, amelyről tudjuk, hogy mindenütt 0. Ennek a polinomnak tehát minden együtthatója 0-val egyenlő. Emiatt Q csak elsőfokú lehet, hiszen ha Q mondjuk s-edfokú, és benne az s-edfokú tag együtthatója A, akkor (1) bal oldala is legfeljebb s-edfokú, és benne a^s együtthatója

$$A\big(m + (-m)^s\big),$$

ami $m \geq 2$ miatt $A \neq 0$ esetén csak $s = 1$ mellett lehet 0.

Tehát Q elsőfokú: $Q(y) = Ay + B$, amit (1)-be helyettesítve kapjuk, hogy

$$m(Aa + B) + A(1 - ma) + B = 0,$$

vagyis $A = -kB$, $Q(y) = B(1 - ky)$. (Itt már persze B értéke 0 is lehet).

Ha $x \neq 0$,

$$P(x,\, y) = x^n P\left(1,\, \frac{y}{x}\right) = x^n Q\left(\frac{y}{x}\right) = Bx^{n-1}(x - ky).$$

Mivel tetszőleges rögzített y mellett az egy változós $P(x,\, y)$, és $Bx^{n-1}\ (x-ky)$ polinomok minden $x \neq 0$ értékre megegyeznek, szükségképpen $x = 0$ mellett is egyenlőek. Így a mondott feltételeknek csak a

$$P(x,\, y) = Bx^{n-1}(x - ky)$$

polinomok felelhetnek meg, ahol B tetszőleges konstans. Mint az könnyen ellenőrizhető, ezekre az *a), b)* feltételek valóban teljesülnek.

Megjegyzés. Feladatunk az 1975. évi Nemzetközi Matematikai Diákolimpia egyik feladatának az általánosítása (vö. F. 2015. megoldása a **KÖMAL** 52/5 (1976) 210–212. oldalain).