A múlt havi számunkban közreadtuk az 1996. évi Téli Ankéton meghirdetett TOTÓ kérdéseit. A telitalálatos szelvény: 1, –, x, 2, x, 1, x, 2, x, x, x, x, 2, 2.

Az egyik feladatot (a másodikat!) sajnos hibás számadatokkal tettük közzé, s így a helyes megoldás nem szerepelt a felkínált lehetőségek között. A szabályos 12-szög belsejében ténylegesen 301 olyan pont van, amelyen legalább két átló átmegy. (Szerencsére ezen feladat értékelése nélkül is ugyanaz marad a nyertesek sorrendje, mint amilyen sorrendet az Ankéton és a múlt havi számunkban közzétettünk!)

Néhány megjegyzés a totószelvényen szereplő „trükkösebb feladatok” megoldásáról.

3. Egy gömb felületén n (konkrétan $n = 8$) azonos elektromos töltésű kicsiny golyócska szabadon mozoghat. Hogy helyezkednek el a golyócskák *stabil* egyensúlyi helyzetükben? – ez volt a kérdés. Szimmetria-érzékünk azt súgja, hogy a lehető legszabályosabb alakzat, tehát egy kocka csúcspontjai jelölik ki a stabil egyensúlyi helyzetet. Érdekes módon ez *nem igaz*! A rendszer energiáját csökkenthetjük, ha a kocka egyik lapját a középpontja körül 45°-kal elforgatjuk, s a szemközti laptól mért távolságát is megváltoztatjuk egy kicsit. Ez a helyzet lesz a legkisebb energiájú, tehát biztosan stabil állapot, a kockáról pedig be lehet látni, hogy *instabil* egyensúlynak felel meg.

4. Könnyen látható, hogy az (1) és az (x) válasz nem helyes. Ha $n = k^2$, akkor egy tetszőleges háromszög minden oldalát k egyenlő részre osztva megfelelő felbontást kapunk. Ha $n = k^2 + m^2$ (ahol k, $m > 0$), akkor vegyünk egy olyan derékszögű háromszöget, amelynek a befogói k és m, és húzzuk meg az átfogóhoz tartozó magasságot. A kapott két háromszög oldalait k, illetve m egyenlő részre osztva előállítható a kívánt felbontás. Ha $n = 3k^2$, induljunk ki egy S szabályos háromszögből: ennek súlyvonalai 6 egybevágó derékszögű háromszögre bontják S-et, így S fele 3 egybevágó és vele hasonló háromszögre osztható, azok pedig az előbbiek szerint tovább bonthatók.

5. Közismert, hogy az északi féltekén december 22-én a legrövidebb a nappal. Meglepő, hogy Budapesten a Nap nem ekkor kel fel legkésőbb, hanem január elején! Ennek az az oka, hogy a Föld ellipszispályán, kicsit változó szögsebességgel kering a Nap körül, tehát a delelések időpontja nem eshet minden nap ugyanakkorra. (A nap hosszát, a „24 órát” nem lenne célszerű hónapról hónapra változtatgatni, ehelyett „átlag-napot” vezettek be.) A delelési időpontoknak az órák által mutatott időhöz viszonyított eltolódása okozza azt, hogy a legrövidebb nap nem esik egybe sem a legkésőbbi napfelkeltével, sem a legkorábbi napnyugtával.

7. Ha a pozitív egész, akkor nincs pozitív egészekből álló megoldás, tehát (1) biztosan hamis. Ha $a = -2$, akkor minden olyan (x_n, y_n) pozitív egész számpár megoldás, ahol $(3 - 2\sqrt{2})^n = x_n - y_n\sqrt{2}$ (n pozitív egész); így (2) is hamis, tehát csak (x) lehet helyes. (Megmutatható, hogy az egyenletnek végtelen sok pozitív egész megoldása van minden olyan negatív a-ra, amely nem egy négyzetszám ellentettje.)

12. Egyetlen kérdésből kitalálhatja. Tegyük fel először, hogy az x_i-k pozitívak. Ekkor megfelel $U = x_1 + (x_1 + x_2)^2 + \cdots + (x_1 + x_2 + \cdots + x_{20})^{20}$. Ha x_i negatív is lehet, akkor az U-ra megadott fenti képletben x_i helyére $(3x_i + 1)^2$-t írunk.

13 + 1. A megadott számsorozat $(\ldots, 7, 9, 12, ?, 24, 36, 56, 90, \ldots)$ az $A_n = 24\frac{2^n-1}{n}$ képlettel írható le, s a kérdőjel helyére az $n \to 0$ határértéknek megfelelő (nem egész) szám „kívánkozik”. A feladatot a fizikusok a következő módon is megközelíthetik. A megadott számsorozatot mérési adatoknak tekinthetik, melyekre szeretnének egy „sima” függvényt illeszteni. A sorozat elemeinek gyors növekedési üteme azt sejtteti, hogy érdemes $\log A_n$-t n függvényében ábrázolni, s ekkor egy lassan változó, lineáris, vagy ahhoz közeli függvénnyel írható le a keresett kapcsolat. Az interpoláló függvény nem a 16-nak, nem is a 17-nek megfelelő ponton halad át, hanem valahol közöttük. A megadott formulának megfelelő határérték: $24 \ln 2 \approx 16{,}635\,532$.