A 38. Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát Argentínában, Mar del Plata városában rendezték meg 1997. július 18–31. között. Mar del Plata Argentína legdivatosabb fürdőhelye; nyáron több, mint 3 millió ember zsúfolódik itt össze, de ilyenkor télen (ne feledjük, a déli féltekén július a tél közepe!) szinte kihalt a maga 3/4 millió lakosával. Az olimpián újabb részvételi csúcs született: 82 ország vett részt, szemben a tavalyi – akkor csúcsnak számító – 75-tel. Alább következik a résztvevő országok listája. 69 ország teljes (hattagú) csapatot küldött, a maradék 13 ország neve után zárójelben feltüntettem, hogy hány versenyzővel vett részt.

Albánia(3), Algéria(4), Argentína, Ausztrália, Ausztria, Azerbajdzsán, Belorusszia, Belgium, Bosznia-Hercegovina(5), Bolívia(3), Brazília, Bulgária, Chile, Ciprus(3), Csehország, Dánia, Dél-Afrika, Dél-Korea, Észtország, Finnország, Franciaország, Fülöp-szigetek(2), Görögország, Grúzia, Guatemala, Hollandia, Hongkong, Horvátország, India, Indonézia, Irán, Írország, Izland, Izrael, Japán, Jugoszlávia, Kanada, Kazahsztán, Kína, Kirgizsztán(3), Kolumbia, Kuba, Kuvait(4), Lengyelország, Lettország, Litvánia, Macedónia, Makaó, Malajzia, Magyarország, Marokkó, Mexikó, Moldova(3), Mongólia, Nagy-Britannia, Németország, Norvégia, Olaszország, Oroszország, Örményország, Paraguay, Peru, Portugália(5), Puerto Rico, Románia, Spanyolország, Svájc(5), Svédország, Szingapúr, Szlovákia, Szlovénia, Tajvan, Thaiföld, Törökország, Trinidad és Tobago, Új-Zéland, Ukrajna, Uruguay, USA, Üzbegisztán(3), Venezuela(3), Vietnam.

Szokás szerint az olimpián két egymás utáni napon 3–3 feladatot kellett megoldani 4 és fél - 4 és fél óra alatt. Mindegyik feladat helyes megoldása 7 pontot ért, egy versenyző tehát maximálisan 42 pontot szerezhetett, egy ország (hattagú) csapata pedig legfeljebb 252 pontot. A verseny végeztével a 35–42 pontot elért versenyzők első díjat, a 25–34 pontot elértek második díjat, míg a 15–24 pontot szerzők harmadik díjat kaptak.

A magyar versenyzők eredménye az alábbi volt:

Frenkel Péter, a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium IV. osztályos tanulója és

Pap Gyula, a debreceni Fazekas Mihály Gimnázium IV. osztályos tanulója egyaránt 41 ponttal,

Terpai Tamás, a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium II. osztályos tanulója 40 ponttal,

Lippner Gábor, a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium III. osztályos tanulója pedig 36 ponttal *első díjat nyertek,*

Szabó Jácint, a győri Révai Miklós Gimnázium IV. osztályos tanulója 33 ponttal,

Lukács László, a miskolci Földes Ferenc Gimnázium II. osztályos tanulója pedig 28 ponttal *második díjat nyertek.*

Az olimpiák történetében eddig mindössze egyszer fordult elő, hogy 4 magyar versenyző is első díjat nyert: 1971-ben, Csehszlovákiában (igaz, hogy akkor még nyolctagúak voltak a csapatok). Az is mindössze kétszer történt meg, hogy a csapat minden tagja arany-, vagy ezüstérmet nyert: 1971-ben (4 arany, 4 ezüst) és 1994-ben, Hongkong-ban (1 arany, 5 ezüst).

Az idei olimpián az előzetes várakozásoknak megfelelően a 6. feladat bizonyult a legnehezebbnek: a 460 versenyzőből mindössze 10-en adtak rá teljes, 7 pontos megoldást, további 4 versenyző (köztük két magyar) pedig majdnem teljes, 6 pontos megoldást. A versenyen a maximális 42 pontot összesen 4 versenyző (1–1 román, iráni, vietnami és amerikai) érte el, 41 pontot pedig mindössze 2 versenyző szerzett: Frenkel Péter és Pap Gyula. 40 pontot is csak négyen szereztek, köztük Terpai Tamás. A román *Ciprian Manolescu* harmadik egymásutáni olimpiáján szerzett 42 pontot! (Tavaly ez egyedül neki sikerült.) További statisztikai érdekességek: a magyar csapat valamennyi versenyzője a maximális 7 pontot érte el a 2., 4. és 5. feladatra adott megoldásával. Ugyanezt a maximális teljesítményt nyújtotta a legkönnyebbnek bizonyult 2. feladat esetén még Bulgária, Kína, India, Irán, Dél-Korea, Románia, Oroszország, Ukrajna és Vietnam, a 4. feladatra Ausztrália, Németország, Irán és az USA, az 5. feladatra pedig Ausztrália, Bulgária, Irán, Oroszország és Vietnam. A második legnehezebbnek bizonyult 3. feladatra öt versenyzőnk kapott 7 pontot, a hatodik megoldás sajnos 0 pontos volt. Ugyanezt az eredményt érte el Ukrajna, jobbat pedig 3 ország versenyzői teljesítettek: Ausztrália (négy 7 pontos, egy 5 pontos és egy 4 pontos megoldás), Kína (öt 7 pontos megoldás mellett egy 3 pontos) és Irán (mind a hat megoldás 7 pontos!). Hogy Iránt mégis megelőztük, az a legnehezebb, 6. feladatnak köszönhető: erre az iráni csapat összesen 16 pontot szerzett, míg mi 25-öt. Erre a 6. feladatra adott megoldásokkal Románia 26 pontot, Kína hozzánk hasonlóan 25-öt, Ukrajna 22-t, Oroszország és Vietnam 21 pontot szerzett, ezt követte Irán és az USA 16 ponttal. Az, hogy öt feladat megoldásában mutatott ennyi kiváló teljesítmény sem volt elég az összetett első helyhez, az 1. feladaton múlott; noha három versenyzőnk is 7 pontos, teljes megoldást adott rá, a csapat összpontszáma erre a feladatra „csak" (az amúgy kiváló) 33 pont volt – ugyanennyit ért el Irán és Dél-Korea. Viszont Kína 39, Oroszország 38, az USA pedig 37 pontot szerzett ezen a feladaton és, noha Oroszországot és az USA-t a többi feladat megoldásában mutatott kiemelkedő teljesítményünkkel biztosan megelőztük, Kína a többi feladatban is a maximum közelében teljesített.

Persze panaszra így sincs semmi ok (sőt!...), hiszen **Magyarország csapata 22 év óta a legjobb eredményt érte el a Nemzetközi Matematikai Diákolimpián: a résztvevő 82 ország között a 2. helyen végzett.** 1975-ben az első helyen végzett a csapat, de hát akkor még csak 17 ország vett részt (így a minket most megelőző és az utolsó kilenc évben hatszor az első helyen végzett Kína csapata is hiányzott). 1975 óta sem első, sem második helyet nem sikerült szerezni; harmadik helyezést azóta négyszer ért el a magyar csapat – legutóbb tavaly. Íme a nemzetek közötti (nem-hivatalos) pontverseny élmezőnye:

1. Kína 223 ponttal; 2. Magyarország 219; 3. Irán 217; 4–5. Oroszország és USA 202; 6. Ukrajna 195; 7–8. Bulgária és Románia 191; 9. Ausztrália 187; 10. Vietnam 183; 11. Dél-Korea 164; 12. Japán 163; 13. Németország 161; 14. Taj-

van 148; 15. India 146; 16. Nagy-Britannia 144; 17. Belorusszia 140; 18. Csehország 139; 19. Svédország 128; 20–21. Lengyelország és Jugoszlávia 125; 22–23. Izrael és Lettország 124; 24. Horvátország 121; 25. Törökország 119 ponttal.

A magyar csapat vezetője *Pelikán József* (Eötvös Loránd Tudományegyetem), helyettes vezetője *Dobos Sándor* (Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium) volt. A versenyzők felkészítéséért *Reiman István*t (Budapesti Műszaki Egyetem) és Dobos Sándort illeti köszönet.

Az olimpia megszervezése minden előzetes várakozást felülmúlt, néhány szempontból pedig egészen kiemelkedő (még pontosabban: az eddigi olimpiák közt a legjobb) volt. Ez utóbbi kategóriába tartozik például a koordinálás előkészítése. (*Koordinálás*nak azt az – olimpiákon évtizedek óta alkalmazott – eljárást nevezzük, amellyel a rendező ország által felkért matematikusok biztosítják, hogy valamennyi versenyzőnek ugyanarra a feladatra adott (rész)megoldása azonos mércével kerüljön elbírálásra.) Hogy egy másik példát említsek: néhány korábbi olimpiáról is készült már könyv-formátumú kiadvány; ez általában 2 év alatt készült el és a két évvel későbbi diákolimpián kaptak az akkori csapatvezetők egy-egy példányt belőle. Idén az eredményhirdetés után egy órával(!!) készen volt a statisztikákat, eredménylistákat, a feladatok szövegét több tucat nyelven tartalmazó, fényképekkel gazdagon illusztrált tetszetős kiadvány és nemcsak a csapatvezetők, hanem valamennyi versenyző is azonnal kapott egy névreszólóan dedikált példányt! Noha lehetetlenség valamennyi szervezőt felsorolni, a siker három fő kovácsa feltétlenül megérdemli, hogy név szerint megemlítsem őket: *Patricia Fauring* (sok év óta az argentin diákolimpiai csapat vezetője), aki az egész szervezés fő motorja volt, *Marta Joltac,* aki hihetetlen profizmussal tartotta kézben a szervezés technikai részét és *Juan Carlos Dalmasso,* az Olimpíada Matemática Argentina elnöke, aki az ehhez szükséges anyagi és egyéb feltételeket előteremtette.

Argentína – mint arról a nyitóünnepségen vetített filmből is meggyőződhettünk – természeti szépségekben és látnivalókban csodálatosan gazdag és változatos ország. Sajnos, a nagy távolságok miatt ezek megtekintése szóba sem jöhetett, így be kellett érnünk a Mar del Plata és a környező síkvidék nyújtotta szerényebb látványosságokkal, illetve a hazutazás előtt a lüktető nagyvárosi Buenos Aires-ben töltött egy nappal. Kedves színfoltja volt kinntartózkodásunknak, hogy utolsó argentínai esténken a Buenos Aires-i magyarok „Hungaria” klubjának vendégei voltunk, ahol az argentínai magyar nagykövet gratuláló levelét is kézhezkaptuk.

Az 1998. évi diákolimpia házigazdája Tajvan lesz, a verseny július 10–21. között kerül megrendezésre.

Pelikán József

Első nap

1. A sík egész koordinátájú pontjai egységnégyzetek csúcsai. Ezeket a négyzeteket váltakozva fehérre és feketére színezzük (mint egy sakktáblán).

Pozitív egészek tetszőleges m, n párja esetén tekintsünk egy olyan derékszögű háromszöget, melynek csúcsai egész koordinátájúak és amelynek befogói, melyek hossza m és n a négyzetek éleire illeszkednek.

Legyen S_1 a háromszög fekete színű részének az összterülete, S_2 pedig a fehér színű rész összterülete. Legyen

$$f(m,n)=|S_1-S_2|.$$

(a) Számítsuk ki $f(m,\ n)$-et minden olyan m és n pozitív egész esetén, amelyek vagy mindketten párosak, vagy mindketten páratlanok.

(b) Bizonyítsuk be, hogy $f(m,\ n)\le\dfrac{1}{2}\max(m,\ n)$ minden m és n-re.

(c) Bizonyítsuk be, hogy nincs olyan C konstans, hogy $f(m,\ n)<C$ minden m és n-re.

2. Az ABC háromszögben az A-nál lévő szög a legkisebb.

A háromszög körülírt körét a B, C pontok két ívre bontják. Legyen U egy belső pontja a B és C közötti azon ívnek, amelyik nem tartalmazza A-t.

AB és AC felező merőlegese az AU egyenest a V, ill. W pontban metszi. A BV és CW egyenesek metszéspontja T.

Bizonyítsuk be, hogy

$$\overline{AU}=\overline{TB}+\overline{TC}.$$

3. Legyenek x_1, x_2, …, x_n olyan valós számok, amelyek kielégítik az

$$|x_1+x_2+\cdots+x_n|=1$$

és az

$$|x_i|\le\frac{n+1}{2}\,,\qquad\text{ha}\qquad i=1,\ 2,\ \ldots,\ n$$

feltételeket.

Bizonyítsuk be, hogy van olyan y_1, y_2, …, y_n permutációja x_1, x_2, …, x_n-nek, amire

$$|y_1+2y_2+\cdots+ny_n|\le\frac{n+1}{2}\,.$$

Második nap

4. Egy $n \times n$-es mátrixot (négyzetes táblázatot), amelynek elemei az $S = \{1, 2, \ldots, 2n-1\}$ halmazból valók, *ezüst* mátrixnak nevezünk, ha minden $i = 1, \ldots, n$ esetén az i-ik sor és az i-ik oszlop együtt tartalmazza S valamennyi elemét. Bizonyítsuk be, hogy

(a) nem létezik ezüst mátrix $n = 1997$ esetén;

(b) végtelen sok olyan n van, amire létezik ezüst mátrix.

5. Határozzuk meg az összes olyan, egészekből álló (a, b) párt, ahol $a \geq 1$, $b \geq 1$, amelyek kielégítik az

$$a^{b^2} = b^a$$

egyenletet.

6. Minden pozitív egész n esetén jelölje $f(n)$ azt, hogy n hányféleképpen állítható elő nemnegatív egész kitevős 2-hatványok összegeként.

Azokat az előállításokat, amelyek csak az összeadandók sorrendjében különböznek, azonosnak tekintjük. Például $f(4) = 4$, mert a 4 számot a következő négyféle módon állíthatjuk elő: 4; $2+2$; $2+1+1$; $1+1+1+1$.

Bizonyítsuk be, hogy minden $n \geq 3$ egész számra

$$2^{n^2/4} < f(2^n) < 2^{n^2/2}.$$