Tanulságos történet készletezési problémákról
A. Kaufmann és R. Faure nyomán

1. Az újságárusítás nehézségei

Három fiatal fiú egy szép napon elhatározta, hogy a saját kezébe veszi életének, de legalábbis anyagi ügyeinek irányítását. Napokig járták a várost, keresve ötletük megvalósításának minél jobb, biztosabb és vonzóbb módját. Miután a milliomossá válás receptjét nem sikerült fellelniük, a lehetőségek mérlegelése után úgy döntöttek, újságárusítással próbálkoznak.

Az egyik népszerű napilapot akarták árulni, a város három forgalmas pontján. Elképzeléseik szerint mindhárom helyen nagyjából percenként lehet eladni egy-egy újságot, ha tehát napi négy órát árul mindegyikük, ez 720 példányt jelent. A kiadótól 30 Ft-ért lehet beszerezni a lapot, s 40 Ft-ért adhatják a vásárlóknak. Az esetleges el nem adott példányokat ugyan csak 10 Ft-ért veszik vissza, de ez nemigen aggasztotta hőseinket: ők úgy gondolták, mindent el tudnak adni, és így napi 7200 Ft haszonra tehetnek szert. Azon nyomban siettek is a nyomdába, beszerezni a szükséges mennyiséget.

Az első napon azonban keserű csalódás érte őket: hiába álltak késő estig standjaikon, 450-nél több újságot nem sikerült eladniuk, s így a 7200 Ft-os bevétel helyett — a másnap visszaváltott maradékot is beleszámolva — 900 Ft-os hiánnyal zárták a napot. Nem mondhatnánk, hogy töretlen lelkesedéssel, de azért másnap újra próbálkoztak; okulva az első napból, már csak 450 példánnyal.

Második napjuk így lényegesen jobban sikerült, nemcsak mindent eladtak s így 4500 Ft hasznuk keletkezett, de több tucat potenciális vásárló volt kénytelen lap nélkül távozni standjaikról. Ezen nekibuzdulva harmadnap több lapot vásároltak, ez is mind elfogyott; majd még többet, ebből viszont megint megmaradt nem kis része.

Hasonló hullámhegyek és hullámvölgyek jellemezték az elkövetkező napokat is, míg az egyik este el nem határozták, hogy elkészítik és komolyan tanulmányozzák eddigi munkájuk mérlegét. Ennek első eredménye látható az *1. táblázatban:* a lehetséges nyereségek összesítése, 100 példányonként tüntetve föl mind a vásárlás, mind a kereslet szintjeit. Mivel 400-nál kevesebb és 700-nál több újságot sohasem adtak el, így csak a 400 és 700 közti értékek szerepelnek.

	400	500	600	700
400	4000	4000	4000	4000
500	2000	5000	5000	5000
600	0	3000	6000	6000
700	−2000	1000	4000	7000

1. táblázat. A bevételek a kereslet és a vásárlás szintjei szerint

Ez a táblázat még távolról sem oldotta meg problémáikat: a kereslet alakulásáról ugyanis előre semmit sem tudhatnak. Illetve csak annyit, hogy az eltelt időszakban a napok legtöbbjén legalább 450 példányt eladtak, még az 500, 550-es forgalom is gyakori volt, a 600-as már kevésbé, s 650-nél lényegesen nagyobb példányszám már csak elvétve fordult elő.

Ekkor sietett segítségükre a szerencse a véletlen no és a statisztika formájában. Az egyik stand mélyén megtalálták elődjük gondos feljegyzéseit a forgalom alakulásáról, kerek 100 napon át. Sőt, nemcsak az eladott példányok száma, hanem a ki nem elégített vevőké is kiderült a kis füzetből. (A szorgos előd bizonyára még azután is a standján maradt, hogy már az összes újságját eladta, s feljegyezte a csalódottan távozó vevők számát.) A *2. táblázat* ennek egy összesítését tartalmazza.

vevők száma	400 (350–450)	500 (450–550)	600 (550–650)	700 (650–750)
napok száma	17	29	34	20

2. táblázat. A vevők számának alakulása

Barátaink így okoskodtak: „Tegyük föl, hogy a jövő ehhez hasonlóan alakul. Saját tapasztalataink nem mondanak ennek ellent. Kivételes napok persze lehetnek, ha például győz a helyi focicsapat vagy valamilyen rendkívüli esemény történik, de azt az előző este már úgyis tudjuk és a vásárlásunkat hozzáigazítjuk. Az persze nem nagy tragédia, ha egy-egy napunk kicsit rosszabbul sikerül, hiszen azt egy másik nap kompenzálhatja: a lényeg inkább az *átlagos nyereség* jó alakulása. Számítsuk tehát ki, hogy az egyes vásárlási szintekhez mennyi a 100 napra jutó várható haszon, majd ezt 100-zal osztva megkapjuk a napi haszon várható nagyságát. Nézzük például a 700-as vásárlás esetét. Ha a kereslet 400, akkor a napi mérleg $400 \cdot 40 + 300 \cdot 10 - 700 \cdot 30 = -2000$, és ez 17-szer szerepel. Az 500-as kereslet esetén a mérleg $500 \cdot 40 + 200 \cdot 10 - 700 \cdot 30 = 1000$, a 600-asnál 4000, míg a 700-asnál 7000. Összeadva és százzal leosztva 2710 adódik." A számítások eredményét a *3. táblázat* tartalmazza. A vásárlandó mennyiség tehát naponta 500 példány.

vásárolt példányszám	várható nyereség
400	$(4000 \cdot 17 + 4000 \cdot 29 + 4000 \cdot 34 + 4000 \cdot 20) : 100 = 4000$
500	$(2000 \cdot 17 + 5000 \cdot 29 + 5000 \cdot 34 + 5000 \cdot 20) : 100 = 4490$
600	$(0 \cdot 17 + 3000 \cdot 29 + 6000 \cdot 34 + 6000 \cdot 20) : 100 = 4110$
700	$(-2000 \cdot 17 + 1000 \cdot 29 + 4000 \cdot 34 + 7000 \cdot 20) : 100 = 2710$

3. táblázat. A várható nyereség

A beszélgetés ezen pontjánál érkezett meg hőseink egy barátja, aki történetesen éppen matematikus szakos egyetemi hallgató volt. Rögtön el is mesélték neki eredményeiket. Ő a következőket tette hozzá: „Ha már amúgyis rendelkezésetekre áll egy részletes összesítés a kereslet alakulásáról, tegyük segítségével pontosabbá számításaitokat. Készítsünk egy nagyobb táblázatot, a kereslet nagysága, annak gyakorisága és *halmozott gyakorisága* (vagyis a legfeljebb akkora kereslet összesített gyakorisága) alakulásáról, 10 példányonként (*4. táblázat*). Ezen utóbbiról egy grafikont is készíthetünk, ami megadja a halmozott gyakoriságot a kereslet függvényében (*1. ábra*).

kereslet	410	420	430	440	450	460	470	480	490	500	510	520	530	540	550
gyakoriság	7	2	4	4	5	4	2	3	3	1	3	2	4	2	4
halmozott gyakoriság	7	9	13	17	22	26	28	31	34	35	38	40	44	46	50

kereslet	560	570	580	590	600	610	620	630	640	650	660	670	680	690	700
gyakoriság	4	4	3	3	2	3	4	3	4	1	3	5	1	4	6
halmozott gyakoriság	54	58	61	64	66	69	73	76	80	81	84	89	90	94	100

4. táblázat. A részletes adatok

A kereslet, mint ti is megállapítottátok, egy véletlen mennyiség, ezt a valószínűségszámításban *véletlen változónak* szokás nevezni. Ennek *eloszlásán* azt értjük, hogy milyen valószínűséggel veszi fel az egyes értékeit, illetve egyes halmazokba – pl. intervallumokba – eső értékeket. A *2. ábrán* látható függvényt (illetve annak századrészét) pedig a valószínűségi változó *eloszlásfüggvényének* mondják, ez tehát annak a valószínűsége, hogy a változó legfeljebb egy bizonyos értéket vesz föl. Szokásos jelölése $F(x)$.

Hogy mire jó mindez? Ha a jövő ugyanilyen gyakoriságokat hoz, akkor például 100-ból 17 „eshetőség” lesz arra, hogy legfeljebb 440 újságot adhattok el, 22 arra, hogy 450-et, és így tovább. Tegyük föl, hogy mindennap $s-10$ újságot vesztek. Mi történne, ha ezt tízzel növelnétek? Nyertek $10\cdot 10$ Ft-ot $1-F(s-10)$ valószínűséggel: ez annak a valószínűsége, hogy a kereslet nagyobb $(s-10)$-nél. Viszont veszítetek $10\cdot 20$ Ft-ot $F(s-10)$ valószínűséggel, ha a kereslet legfejlebb $s-10$. A többletnyereség tehát

$$100(1-F(s-10))-200\cdot F(s-10)=100-300F(s-10).$$

Akkor érdemes több újságot vásárolni, ha ez pozitív, vagyis

$$F(s-10)<\frac{1}{3}.$$

Olyan s értéket kell tehát választani, hogy

$$F(s-10)\leq\frac{1}{3}<F(s)$$

legyen. Az előbb megrajzolt görbét megnézve látható, hogy ez éppen $s=490$-re teljesül.

Persze kérdés, hogy ez mekkora átlagnyereséget ad. Ehhez minden keresleti szintet a megfelelő valószínűséggel kell értékelni és összeadni. Ez azonban elég fáradtságos művelet lenne; ehelyett célszerűbb a következő, rekurzív képletet használni: ha $G(s)$ jelöli az s vásárlási szinthez tartozó átlagnyereséget, akkor

$$G(s)=G(s-10)+100-300F(s-10).$$

Mivel $G(400)=4000$, azt kapjuk, hogy $G(410)=4000+100-300\cdot 0=4100$, $G(420)=4200-300\cdot 0,07=4179,\ldots,$ $G(480)=4434$, $G(490)=4441$, $G(500)=4439$, $G(510)=4434$ és így tovább.”

Ezzel a konklúzióval zárult a kupaktanács. Hőseink azóta is lelkesen árulják az újságot, s ha meg nem is gazdagodtak belőle, de tisztes jövedelemre, és mint láttuk és látni fogjuk, némi matematikai ismeretre is szert tesznek a segítségével.

2. A feladat egy matematikai modellje

Próbáljuk újságárusaink feladatát absztraktabban is megfogalmazni! Tegyük fel, hogy hőseink x példányt vásárolnak. Itt x valójában csak nemnegatív egész lehet, ám az egyszerűség érdekében engedjük meg, hogy tetszőleges nemnegatív valós értéket is felvehessen. Ez egyébként sok esetben nem feltétlenül jelent túlságosan nagy elrugaszkodást a valóságtól: ha igen nagy mennyiségben forgalmazunk valamit, és mondjuk ezer példányban számolunk, akkor ott már ezrednyi értékek is felléphetnek. Amennyiben viszont nem újság, hanem valami tömegre vásárolt termék szerepelne feladatunkban, akkor pedig természetes ez a feltevés.

Az újságok iránti keresletet jelöljük ξ-vel. Ez egy véletlen változó: értékeit nem ismerjük előre, hanem csak az eloszlását, vagyis azt, hogy milyen valószínűséggel vesz föl bizonyos értékeket.

Árusaink számára a vételár 30 Ft, az eladási ár 40 Ft, míg az el nem adott példányokat másnap 10 Ft-ért veszik vissza. Írjuk föl ezek alapján a napi haszon alakulását (jelölje ezt ν): ha a kereslet többnek bizonyul a vásárolt mennyiségnél, akkor $40x$ a bevétel és $30x$ volt a kiadás; míg az ellenkező esetben a bevétel 40ξ, a kiadás pedig $30x$, amihez viszont hozzájön még a másnapi visszaváltáskor kapott $10(x-\xi)$. Összefoglalva:

$$\nu(x,\ \xi)=40x-30x=10x, ha$$

$\xi \geq x 40\xi - 30x + 10(x - \xi) = 30\xi - 20x, ha \xi < x.$

$$Ezrvidengyisrhat, hogy$$

$\nu(x,\ \xi) = 30 \min(x,\ \xi) - 20x. Aclunkpedigaz, hogyennekavrhatrtkeminlnagyobblegyen.(Egy \xi$ véletlen változó várható értékét úgy kapjuk, hogy összegezzük lehetséges értékeit, a megfelelő valószínűségekkel súlyozva. Szokásos jelölése $E(\xi)$. Amennyiben a változó végtelen sok értéket vehet föl, a helyzet persze bonyolultabbá válik, de az „átlagos érték” jelentés megmarad.)

Megadunk egy másik módot, ahogy újságárusaink gondolkodhatnak: céljuk lehet az is, hogy az eladásnak minél alacsonyabb legyen a várható *költsége*, vagyis minél kevesebb legyen a napi kiadás. Ez érezhetően hasonlót jelent, mint a haszon várható értékének a maximalizálása: a költségek lefaragása ugyanis a hasznot növeli.

Határozzuk meg a napi költséget, ha az előzetes vásárlás nagysága x. Nyilvánvaló, hogy minden egyes el nem adott példányon 20 Ft a veszteség. Mi a helyzet azonban akkor, ha több példányt is el lehetett volna adni? Az újság nélkül maradt vevők csalódottsága, valamint az elmaradt haszon mindenképpen veszteségnek tekintendő, bár az előbbinek igen nehezen adható meg a pénzbeli értéke. Az utóbbit viszont könnyen számszerűsíthetjük: minden egyes meg nem vett példányon, amit el lehetett volna adni, 10 Ft az elmaradt haszon nagysága.

Megmutatjuk, hogy amennyiben a költségeket így számoljuk, akkor ez a második megközelítési mód ekvivalens az eredetivel (ami tehát azt is jelenti, hogy az elmaradt hasznot valóban ilyen formában célszerű beépíteni a költségek közé). Ehhez mindössze a költséget kell hasonló formában felírni, mint tettük azt a haszon esetében: amennyiben a kereslet nagyobb mint x, a veszteség az elmaradt haszon, vagyis $10(\xi - x)$, míg a másik esetben $20(x - \xi)$. A $\mu(x,\ \xi)$ jelöléssel élve

$$\mu(x,\ \xi) = 10(\xi - x), ha$$

$\xi \geq x 20(\text{x-}\xi), ha \xi < x = 10\xi - 10x, ha \xi \geq x 30\xi - 20x, ha \xi < x = 10\xi - \nu(x,\ \xi), azazvrhatrtkeikre \mathbf{E}(\mu) = \mathbf{E}(10\xi) - \mathbf{E}(\nu).(Knnyenellenrizhet, hogyvletlenvltozksszegneksszmszorosnakvrhatrtkemegegyezikvrhatrtkksszegvel, illetveszmszoros$
$ezaz „tlagosrtk'' jelentsregondolvaszemlletesenisjllthat.)$

Mivel ξ várható értéke állandó, vagyis nem függ az x választásától, ezért az előző összefüggés éppen azt jelenti, hogy a költségek várható értéke pontosan akkor minimális, ha a haszoné maximális.

A továbbiakban megadjuk a szóbanforgó minimalizálási (és akkor egyúttal a maximalizálási) probléma pontos megoldását, bár viszonylag mély analízisbeli segédeszközökre (a differenciálás és integrálás fogalmára) támaszkodva. Ehhez elsősorban a ξ változóról kell megfelelő ismereteket szereznünk. Azt, hogy ismerjük az eloszlását, célszerű úgy érteni, hogy ismerjük a már korábban bevezetett *eloszlásfüggvényét*, tehát minden x-re azt, hogy mekkora valószínűséggel vesz fel ξ legfeljebb x nagyságú értéket. A szokásos jelöléssel: azt a $F(x)$ függvényt ismerjük, amelyre $F(x) = P(\xi \leq x)$.

*

Erről az F-ről (továbbra is egy olyan eloszlást tekintünk, amely tetszőleges nemnegatív értékeket vesz fel) a következő tulajdonságot tételezzük föl: lényegében azt, hogy „elég sima”. Pontosabban fogalmazva: a

$$\lim_{\delta x \to 0} \frac{P(x - \delta x \leq \xi \leq x + \delta x)}{2\delta x}$$

határérték minden x-re létezik. Ez nagyjából azt jelenti, hogy F mindenhol differenciálható. A határértékben szereplő hányados annak a valószínűségét jelenti, hogy a ξ változó az x-hez közeli értékeket vesz föl, vagyis az x δx sugarú környezetebelieket, leosztva az intervallum hosszával, és ezek a környezetek egyre jobban közelítenek az x-hez.

A határértéket $f(x)$-szel jelölve, az integrál definíciója alapján $P(a \leq \xi \leq b) = \int\limits_a^b f(t)\, dt$ és $F(x) = P(\xi \leq x) = \int\limits_{\infty}^{x} f(t)\, dt$, vagyis az f függvény, melyet az eloszlás ***sűrűségfüggvényének*** neveznek, meghatározza F-et.

Az utóbb szereplő integrál egy úgynevezett *improprius integrál*: az alsó határa nem egy véges szám, hanem végtelen. Ugyanígy a fölső határ, vagy mindkettő is lehet végtelen. Értékét a következő határátmenettel adjuk meg: $\lim\limits_{t \to -\infty} \int\limits_t^b f(x)\, dx$, amennyiben ez létezik.

A sűrűségfüggvényre még az is teljesül, hogy a ξ változó egy h függvényének várható értékét az

$$E\left(h(\xi)\right) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} h(x) f(x) dx$$

kifejezés adja (ezt az $E\left(h(\xi)\right) \sim \sum\limits_{i=1}^{n} h(\xi_i) \dfrac{P(x_i \leq \xi < x_{i+1})}{x_{i+1} - x_i}(x_{i+1} - x_i)$ Riemann összegben elvégzett határátmenet mutatja.

Ezek segítségével immár felírhatjuk, mivel egyenlő a haszon várható értéke: legyen

$$h_x(z) = 10(z-x), ha$$

z $\geq x$20(x-z),ha $z < x$,

$$ezzel$$

E$(\mu(\xi,\ x)) = E(h_x(\xi)) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} h_x(z)f(z)dz = \int\limits_{-\infty}^{x} 20(x-z)f(z)dz + \int\limits_{x}^{\infty} 10(z-x)f(z)dz.(1) Felhasznljukakvetkezlltst : \int\limits_{-\infty}^{x} (x-z)f($

$\int\limits_{-\infty}^{x} F(z)dz$. Ezt egyébként parciális integrálással igazolhatjuk:

$$\int\limits_{-\infty}^{x} (x-z)f(z)dz = \int\limits_{-\infty}^{x} \underbrace{(x-z)}_{u}\underbrace{(F(z))'}_{v'}dz = [(x-z)F(z)]_{-\infty}^{x} - \int\limits_{-\infty}^{x} (-1)F(z)dz = \int\limits_{-\infty}^{x} F(z)dz,$$

mert

$$[(x-z)F(z)]_{-\infty}^{x} = 0 - lim_{z\to-\infty}(x-z)F(z) = 0 - x \cdot \underbrace{\lim_{z\to-\infty} F(z)}_{(*)} + \lim_{z\to-\infty} zF(z) = 0.$$

A $*$-gal jelölt rész azért nulla, mert $F(-\infty) = P(\xi \leq -\infty) = 0$, a legutolsó egyenlőség pedig abból következik, hogy $0 \geq zF(z) = z \int\limits_{-\infty}^{z} f(u)du \geq \int\limits_{-\infty}^{z} uf(u)du \to 0$ ha $z \to -\infty$, hiszen az $E(\xi) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} uf(u)du$ improprius integrál létezik.

Ezzel (1) így írható:

$$E(\mu(\xi,\ x)) = 30 \int\limits_{-\infty}^{x} (x-z)f(z)dz + 10 \int\limits_{-\infty}^{\infty} (z-x)f(z)dz =$$

$$= 30 \int\limits_{-\infty}^{x} F(z)dz + 10E(\xi) - 10x \cdot \underbrace{\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(z)dz}_{=P(-\infty<\xi<\infty)=1} = 30 \int\limits_{-\infty}^{x} F(z)dz + 10E(\xi) - 10x.$$

A kapott kifejezést x szerint deriválva és nullával egyenlővé téve:

$$0 = E'(\mu(\xi,\ x)) = 30F(x) - 10,$$

azaz

$$x = F^{-1}\left(\frac{1}{3}\right),$$

és könnyen látható, hogy ez az x valóban minimumot jelent.

$$*$$

Az első részben kapott statisztikai adatok viszonylag jól összevágnak azzal a feltevéssel, hogy a kereslet eloszlásfüggvénye:

$$F(x) = 0, ha$$

x$\leq$ 400x-400$\frac{}{300, ha}$400$\leq x \leq$ 7001,ha $x \geq 700$.

Ez az ún. *egyenletes eloszlás* eloszlásfüggvénye (ld. *3 ábra*).

Az elnevezését a sűrűségfüggvénye magyarázhatja:

$$f(x) = 0, ha$$

x$<$400sx$>$700$\frac{1}{300}$, ha400$\leq x \leq$ 700,

$vagyisaholnemnulla, ottlland; gyannakavalsznsge, hogyavltozrtkeegyadottintervallumbaesik, csakannakahossztlfgg : ezrtneve$

Erre az eloszlásra az optimális készletszint tehát $x = F^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = 500$, ez elég közel van a valós adatok alapján kapott eredményhez. Könnyen kiszámítható, hogy ekkor a várható bevétel 4500 Ft.

3. Újabb nehézségek és problémák3.1. A visszafizetendő kölcsön

Az egyik nap reggelén a három barát egy táviratot kapott: bankjuk szólította föl őket, hogy aznap estig fizessék meg 4500 Ft-os tartozási részletüket. (Még vállalkozásuk elején vettek igénybe egy kis banki segítséget.) Bár hőseink rendelkeztek valamennyi készpénzzel, ám az kellett a napi megélhetéshez (no meg az újságvásárláshoz); s ugyan kérhettek volna kölcsön szomszédaiktól, ezt szerették volna elkerülni: inkább a napi bevételből akarták előteremteni a szükséges összeget.

Ha a korábban kiszámolt 500 újságot vásárolják (továbbra is az előző rész végén megismert egyenletes eloszlást tételezve föl a keresletről), várható bevételük éppen 4500 Ft. Ám ez nem jelent semmi garanciát arra, hogy valóban lesz is ennyi az aznapi bevétel: a 4500 Ft-os várható érték elvben akár úgy is megvalósulhat, hogy az esetek felében 9000 Ft, a másik felében viszont 0 Ft a nyereség.

Célszerűbb tehát azt az x vásárlási szintet keresni, amelyre annak valószínűsége, hogy a bevétel legalább 4500 Ft, maximális, azaz:

$$P(\nu(x,\ \xi) \geq 4500) \to \max!$$

Ha $x < 450$, persze ez a valószínűség nulla, hiszen az eladott példányonkénti 10 Ft-os haszonnál több nem érhető el. Ugyanakkor 700-nál több újságot sem érdemes venni, hiszen azt úgysem adhatják el mind. Feltehető tehát, hogy $450 \leq x \leq 700$. A $\nu(x,\ \xi)$ függvény definícióját beírva, alakítsuk át a maximalizálandó valószínűséget:

$$P\left(\nu(x,\ \xi) \geq 4500\right) = P\left(30 \min(\xi,\ x) - 20x \geq 4500\right) == P\left(\{30 \min(\xi,\ x) - 20x \geq 4500\} \cap \{x < \xi\}\right) + \quad +P\left(\{30 \min(\xi,\ x) - 20x\right.$$

Itt $(*)$-nál felhasználtuk, hogy $450 \leq 150 + \dfrac{2}{3}x \leq x \leq 700$, azaz $450 \leq x \leq 700$, amit viszont az elején kikötöttünk.

Az eredmény tehát az, hogy x-nek a minimális értéket kell választani, azaz $x = 450$, és ekkor a valószínűség értéke $p = \dfrac{550 - \frac{2}{3} \cdot 450}{300} = \dfrac{5}{6} = 0{,}833\ldots$; míg az $x = 500$ esetben $p = \dfrac{550 - \frac{2}{3} \cdot 500}{300} = 0{,}722\ldots$. Tehát az 500-as készlet ugyan nagyobb várható jövedelmet biztosít, ám kevésbé biztonságosan: ha ugyanazt a bevételt egyetlen nap alatt akarjuk elérni, akkor célszerűbb 50-nel kevesebb újságot vásárolni.

3.2. Egy ismeretlen jótevő

Újságárusaink egyik tehetősebb, ugyanakkor szenvedélyes újságolvasó barátja, átérezve az üzletág kockázatait, felajánlotta, hogy nagyon rossz napokon kisegíti őket kisebb adományokkal. Természetesen az ő forrásai sem kiapadhatatlanok, így azt tudta vállalni, hogy átlag 5 naponta kétszer kerülhet sor ilyen segítségre. Hőseink, fellelkesülve az ajánlattól, no meg az eddig látott matematikai eszköztártól, matematikus barátjuk segítségével máris a következő feladatot fogalmazták meg: olyan készletet kell vásárolni, hogy azzal *az a bevétel, amit legalább 60% valószínűséggel kapnak* (vagyis átlagban öt naponta háromszor), minél nagyobb legyen. Azaz keresendő az az x és c, melyre

$$P\left(\nu(x,\ \xi) \geq c\right) \geq 0{,}6$$

és c maximális. Próbáljuk megoldani ezt a feladatot.

4. Készletmodellek

Természetesen még magának az újságárus problémának is számos további változata lehetséges: tekinthetünk többféle újságot; hetilapokat, folyóiratokat, amelyek iránt a kereslet hosszabb időn át jelentkezik, s persze vásárolni is több napig lehet; hogy csak párat említsünk.

Feladatunk egy speciális úgynevezett *készletezési probléma*. Ezekre általában a következő vonások jellemzőek: Van egy (esetleg több) raktár, amely egy vagy több termék tárolására szolgál. A termékek valamilyen (esetleg véletlen) folyamat által szabályozva érkeznek be a raktárba, és egy másik (szintén lehet véletlen) folyamat írja le távozásukat. (Az újságárus feladatnál a beérkezésnél nem volt véletlen elem, a vásárolt készlet azonnal megérkezett, viszont a fogyást a vásárlók véletlenszerű mennyisége írta le.) Célunk többféle lehet: olyan indulókészlet választása, amire a raktár nagy valószínűséggel sosem ürül ki (például egy kórház vérkészlete esetén), vagy amire a költségek (beszerzési, raktározási, a hiányból eredő) minimálisak (pl. egy profitra termelő üzem esetén); esetleg magát a beérkezési-felhasználási folyamatot akarjuk valamilyen értelemben optimálisan megválasztani. Persze még számtalan további lehetőség van, mindössze a feladatok sokféleségét, gyakoriságát és fontosságát próbáltuk érzékeltetni. Reméljük, ha ezután a Kömal olvasói közül bárki újságárusításra adná a fejét, már kellő megalapozottsággal teszi azt, mind anyagi, mind pedig matematikai szempontból.

5. Felhasznált irodalom

1Kaufmann, A., R. Faure: *Introduction to Operations Research,* Academic Press, New York, 1968.
2Prékopa, A.: *Stochastic Programming,* Akadémiai Kiadó, 1995