1995. október 20-án az országban 15 városban megtartott Eötvös versenyre az alábbi feladatokat tűzte ki a Versenybizottság (elnök: Radnai Gyula, tagok: Károlyházy Frigyes, Gnädig Péter):

**1. feladat.** Egy négyzet alakú, $l = 3$ m széles kísérletező asztal felszíne sík, $d = 1$ m szélességű középső sávját azonban állandó $v = 3$ m/s sebességgel mozgó (végtelenített) gumiszalag képezi, amely pontosan illeszkedik az asztallap nyugvó felszínéhez. Az asztal egyik szélének közepére (az *1. ábrán* látható $A$ pontra) egy kicsi, lapos korongot fektetünk, és megütjük úgy, hogy $u = 4$ m/s sebességgel kezdjen csúszni (merőlegesen) a szalag felé. Az asztallap álló része és a korong közötti súrlódás elhanyagolható, a gumiszalag és a korong közötti súrlódási tényező $\mu = 0,5$.

Hol esik le a korong az asztalról?

*Károlyházy Frigyes*

**Megoldás.** Elvileg többféle lehetőség is elképzelhető, a súrlódástól és a sebességektől függően. Kis súrlódás és nagy kezdősebesség esetén a korong szinte átrepül az asztalon, alig változtatja meg a sebességét. Nagy súrlódás és kis kezdősebesség esetén viszont a korong át se jut a futószalagon, hanem „leragad" rajta, és a mozgó szalag szépen elviszi és leejti a korongot az asztal jobb oldalán. Ez utóbbi lehetőség is sugallhatja azt az ötletet, hogy a jelenséget ne az asztalhoz, hanem a futószalaghoz rögzített koordináta-rendszerben vizsgáljuk. Látni fogjuk, hogy ez mennyire leegyszerűsíti a megoldást.

A futószalaghoz rögzített koordináta-rendszerben a korong ferdén csúszik rá az álló szalagra. A súrlódási erő hatására egyenesvonalú, egyenletesen lassuló mozgást végez a szalagon, és ha még marad energiája, le is csúszik róla. Ezt az esetet mutatja a *2. ábra*.

*az asztalhoz képest (a szalag mozog) a szalaghoz képest (a szalag áll)*

A szalagon végigcsúszó korong $1,25$ m utat tesz meg, amíg átér rajta. Kezdősebessége 5 m/s, lassulása $\mu g \approx 5\ \mathrm{m/s^2}$. Végsebessége (a szalag szélén)

$$v_t = \sqrt{v_0^2 - 2\mu g s} \approx 5\frac{\sqrt{2}}{2}\ \mathrm{m/s}.$$

Hol hagyja el a korong a szalagot? Ennek meghatározásához számítsuk ki, mennyi ideig volt a korong a szalagon:

$$t_1 = \frac{2s}{v_0 + v_t} \approx \frac{1}{2+\sqrt{2}}\ \mathrm{s}.$$

Így már kiszámíthatjuk, hogy mennyit mozdult el a szalag, amíg a korong rajta volt:

$$\Delta x_1 = v_{\mathrm{szalag}} \cdot t_1 \approx \frac{3}{2+\sqrt{2}}\ \mathrm{m}.$$

*az asztalhoz képest a szalaghoz képest*

*3. ábra*

Továbbra is a $g \approx 10\ \mathrm{m/s^2}$ közelítést alkalmazva a szalagról lecsúszó korong sebességére a futószalag illetve az asztal koordináta-rendszerében a *3. ábrán* látható értékeket kapjuk. Az 1 m széles, súrlódásmentes sávon való átcsúszáshoz szükséges idő:

$$t_2 = \frac{1\ \mathrm{m}}{2\sqrt{2}\ \mathrm{m/s}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\ \mathrm{s}.$$

Eközben a korong elmozdulása jobbra:

$$\Delta x_2 = \left(3 - \frac{3}{\sqrt{2}}\right)\frac{1}{2\sqrt{2}}\ \mathrm{m}.$$

Így a korong összes elmozdulása jobbra:

$$\Delta x = \Delta x_1 - \frac{3}{5}1,25\ \mathrm{m} + \Delta x_2 = \frac{3}{2(2+\sqrt{2})}\ \mathrm{m} \approx 44\ \mathrm{cm}.$$

Ha $g = 9,81\ \mathrm{m/s^2}$-tel számolunk, $\Delta x = 42,6$ cm adódik.

A korong tehát az asztal szemközti oldalának közepétől $42,6$ cm-rel jobbra esik le az asztalról.

**2. feladat.** Két vékony, koncentrikus, szupravezető gyűrű a síkjukra merőleges, homogén mágneses térben helyezkedik el. A mágneses indukció vektorának nagysága $B_0$, iránya az *ábrán* a papír síkjába befelé mutat. A belső gyűrű sugara sokkal kisebb a külsőénél ($R_1 \ll R_2$). Az egyes gyűrűk induktivitása $L_1$ illetve $L_2$, és a kölcsönös indukció sem hanyagolható el.

Mekkora és milyen irányú áramok indukálódnak az egyes gyűrűkben, ha a külső mágneses teret megszüntetjük?

*Varga István*

**Megoldás.** A megoldás alapgondolata az, hogy a szupravezető gyűrűkben nem indukálódhat eredő feszültség, mert az végtelen nagy áramot eredményezne. Ez azt jelenti, hogy a külső mágneses tér leépülésével egyidejűleg olyan áramoknak kell indukálódniuk, hogy az áramváltozás miatti önindukciós és kölcsönös indukciós feszültségek éppen kioltsák a külső mágneses tér változása miatt indukálódó körfeszültséget. Másképp fogalmazva: a szuravezető gyűrű által körülölelt *mágneses fluxus nem változhat meg.* Ha megszűnik a külső tér fluxusa, fellép helyette az indukált áramok fluxusa.

Felírhatjuk tehát az alábbi egyenlőségeket:

$$B_0 R_1^2 \pi = L_1 I_1 + M I_2 \qquad \text{és} \qquad B_0 R_2^2 \pi = L_2 I_2 + M I_1,$$

ahol $M$ a két gyűrű közti kölcsönös indukciós együttható. A fenti két egyenletből $I_1$ és $I_2$ kifejezhető:

$$I_1 = \frac{B_0 (R_1^2 \pi L_2 - R_2^2 \pi M)}{L_1 L_2 - M^2}, \qquad \text{illetve} \qquad I_2 = \frac{B_0 (R_2^2 \pi L_1 - R_1^2 \pi M)}{L_1 L_2 - M^2}.$$

Ezekben a kifejezésekben $B_0$, $R_1$, $R_2$, $L_1$ és $L_2$ megadott értékek, $M$-et azonban meg kell még határoznunk.

Hogyan számíthatjuk ki a két gyűrű közötti kölcsönös indukciót? Használjuk ki, hogy $R_1 \ll R_2$! Feltételezhetjük, hogy az $R_1$ sugarú, kicsi belső gyűrű belsejében az $I_2$ áram által átjárt nagy, külső gyűrűből származó mágneses mező jó közelítéssel homogénnek tekinthető. Így a külső gyűrűtől származó fluxus

$$M I_2 = B \cdot R_1^2 \pi,$$

ahol $B$-t a nagy gyűrűben folyó áram hozza létre a gyűrű közepén, nagysága a Biot–Savart-törvény alapján:

$$B = \mu_0 \frac{I_2}{2R_2}.$$

Behelyettesítés után $M$-re a következőt kapjuk:

$$M = \mu_0 \frac{\pi}{2} R_1 \frac{R_1}{R_2}.$$

Hasonló megfontolással kaphatunk nagyságrendi becslést az $L_1$ és $L_2$ önindukciós együtthatókra is. Egy $R$ sugarú körvezetőben folyó áram által létrehozott $B_{\text{átlag}}$ nagyságrendileg közelíthető a középpontban mérhető $B$ értékkel. Ennek megfelelően a fluxus $BR^2\pi$, s ezt az árammal osztva az önindukciós együtthatóra $L \approx \mu_0 R\pi/2$ adódik.

*Megjegyzés.* Nem tartozik a megoldáshoz, de az érdekesség kedvéért megemlítjük, hogy a körgyűrű induktivitására jó közelítéssel igaz az alábbi formula:

$$L \approx \mu_0 R \ln \frac{R}{r},$$

ahol $R$ a körgyűrű sugara, $r$ pedig a kör keresztmetszetűnek képzelt drót vastagságának a fele. Mivel a logaritmus lassan változó függvény, a gyűrű önindukciós együtthatóját durva közelítésben $\mu_0 R$-rel arányosnak vehetjük.

$R_1 \ll R_2$ miatt $M \ll L_1 \ll L_2$, ezért az áramokra kapott kifejezéseket tovább egyszerűsíthetjük. A nevezőben $M^2$ elhanyagolható $L_1 L_2$-höz képest, de elhanyagolható az $I_2$ számlálójában szereplő második tag is az elsőhöz képest. Így kapjuk:

$$I_2 = \frac{B_0 R_2^2 \pi}{L_2}, \qquad \text{illetve} \qquad I_1 = \frac{B_0 R_1^2 \pi}{L_1} \left(1 - \mu_0 \frac{\pi}{2} \frac{R_2}{L_2}\right).$$

Hátra van még az áramok irányának meghatározása. $I_2$ nyilván a *4. ábrán* látható elrendezésben az óramutató járásával megegyező irányban folyik, hogy a papír síkjába befelé mutató indukcióvektort hozzon létre. $I_1$ iránya nem ennyire magától értetődő, azt a zárójelben álló kifejezés előjele dönti el. Ennek megállapítására — *Tóth Gábor Zsolt* ötlete nyomán — használjuk fel, hogy egy körvezetőben folyó áram mágneses tere a kör síkjában fekvő belső pontokat vizsgálva a kör középpontjában a leggyengébb. Felírhatjuk tehát a következő egyenlőtlenséget:

$$\Phi_2 = L_2 I_2 > \mu_0 \frac{I_2}{2R_2} R_2^2 \pi = \mu_0 \frac{\pi}{2} I_2 R_2.$$

Ebből következik, hogy $1 > \mu_0 \dfrac{\pi}{2} \dfrac{R_2}{L_2}$, vagyis az $I_1$ áram is az óramutató járásával megegyező irányban folyik.

**3. feladat.** Lézerből jövő, keskeny, vízszintes fénynyalábbal világítjuk meg a függőleges, nagyon keskeny rés középső tartományát.

a) Mit látunk a rés mögötti, a lézersugár irányára merőlegesen elhelyezett ernyőn?

b) Hogyan változik meg az ernyőn látható kép, ha a rést vízszintes középvonala körül $\varphi$ szöggel elforgatjuk? (Legyen például $\varphi = 45°$.)

(A rést tekinthetjük egymáshoz nagyon közeli, egymástól egyenlő távolságra levő piciny lyukak sorozatának. Az ernyő elég távol van a réstől.)

*Radnai Gyula*

**Megoldás.** Jelöljük a rés szélességét $a$-val, míg a rés megvilágított, középső tartományának függőleges mérete — a lézerből jövő keskeny nyaláb „átmérője” — legyen $b$. (Szokásos iskolai kísérleti összeállítás esetén például $b \approx 2$–$3$ mm, míg a „nagyon keskeny” rés szélessége biztosan kisebb $0,1$ mm-nél.) Úgy tekinthetjük, hogy egy $b$ magasságú és $a$ szélességű, téglalap alakú nyílás diffrakciós képe jelenik meg aréstől elég távol elhelyezett ernyőn.

Ebben az esetben vízszintes síkban a

$$\sin\alpha_k = k\frac{\lambda}{a} \qquad (k = \pm1, \pm2, \ldots)$$

egyenlet által meghatározott $\alpha_k$ irányokban kioltást tapasztalunk. Ha az ernyő $l$ távolságra van a réstől ($l \gg b \gg a$), akkor az ernyőn megjelenő kép leginkább egy vízszintes, szaggatott vonalra emlékeztet, ahol a „szakaszok” (függőleges) vastagsága $b$, vízszintes hosszuk pedig mintegy $\lambda l/a$. (Kivételt képez a középső szakasz, amely kétszeres hosszúságú, mivel $\alpha = 0$ irányban is erősítik egymást a hullámok.) Ahogy szűkítjük a rést, a kioltási minimumhelyek egyre távolodnak, és így az ernyőn megfigyelhető szakaszok is egyre hosszabbak lesznek. Előfordulhat, hogy az ernyőn végül már csak egyetlen halvány, összefüggő, vízszintes vonal látható.

Most válaszoljunk a *b)* kérdésre! Ha a rést elforgatjuk, „előre döntjük” a megadott vízszintes tengely körül, akkor a lézerből jövő fénynyaláb eredeti irányában továbbra is erősítést tapasztalunk. Ez azért van így, mert igaz ugyan, hogy a rés különböző pontjaiba (a lézertől mért távolságok különbözősége miatt) más-más fázissal érkezik a síkhullám, de a résen áthaladva és az eredeti irányban terjedve éppen akkora útkülönbséggel érkeznek az elemi hullámok az ernyőhöz, hogy a teljes fáziskülönbség közöttük nulla. Ennek elképzelését sugallta a feladat szövegében az a zárójelbe tett mondat, hogy „a rést tekinthetjük egymáshoz nagyon közeli, egymástól egyenlő távolságra levő piciny lyukak sorozatának”.

Most már csak azt kell észrevennünk, hogy ha az elemi hullámok a $\varphi$ szögben megdöntött réssel $\gamma$ szöget bezáró irányban ($\gamma = 90^\circ - \varphi$) erősítik egymást (*6. ábra*), akkor ez nemcsak az ábra síkjában következik be, hanem a háromdimenziós tér minden olyan irányában, amely a rés irányával ugyancsak $\gamma$ szöget zár be! (Az eredeti, függőlegesen álló rés esetén $\gamma = 90^\circ$, ezért kaptunk ott az ernyőn vízszintes vonalat.)

Általában tehát azt mondhatjuk, hogy az ernyőn megfigyelhető vonal egy kúpnak valamely síkmetszete lesz (*7. ábra*). A kúp csúcsa a rés közepe, tengelyének iránya a rés iránya, fél nyílásszöge a fenti $\gamma$, amely az elforgatás szögének pótszöge. A sík az ernyő síkja.

A megfigyelhető vonal egy kúpszelet, ami — mint tudjuk — ellipszis, parabola vagy hiperbola lehet. Parabolát éppen akkor kapunk, ha az ernyő síkja a kúp valamelyik alkotójával párhuzamos. Esetünkben ez akkor következik be, ha a kúpnak van függőleges alkotója. Vízszintes alkotója az eredeti fénysugár, függőleges tehát csak akkor lehet a másik alkotó, ha a kúp nyílásszöge $90^\circ$. Ekkor $\gamma = 45^\circ$, $\varphi = 90^\circ - \gamma = 45^\circ$, ez az elforgatási szög szerepelt példaként a feladatban.

Ha a rés felső része $45^\circ$-ban előre dől az ernyő felé, akkor az ernyőn látható parabola ágai fölfelé állnak. A fény intenzitása a csúcspontban a legnagyobb, a szárakon fokozatosan gyengül.

### A verseny eredménye

A beérkezett 262 dolgozat alapos átvizsgálása után a Versenybizottság az alábbi döntést hozta:

*Első díjat*, s vele járó 6000 Ft pénzjutalmat nyert

**Tóth Gábor Zsolt**, a budapesti Árpád Gimnázium IV. osztályos tanulója, *Vankó Péter* tanítványa.

*Második díjat* nyert és egyenként 4000 Ft pénzjutalomban részesült a következő három versenyző:

**Bárász Mihály**, a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium IV. osztályos tanulója, *Horváth Gábor* tanítványa;

**Lengyel Krisztián**, az ELTE fizikus hallgatója, aki Cegléden, a Kossuth Lajos Gimnáziumban érettségizett, mint *Tűri László* tanítványa;

**Lovas Rezső**, a KLTE Gyakorló Gimnáziumának IV. osztályos tanulója, *Dudics Pál*, *Kirsch Éva* és *Szegedi Ervin* tanítványa.

*Harmadik díjat* nyert és egyenként 3000 Ft pénzjutalomban részesült a következő négy versenyző:

**Fazekas Péter**, az ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnáziumának IV. osztályos tanulója, *Flórik György* tanítványa;

**Hegyes István**, a nyíregyházi Kossuth Lajos Evangélikus Gimnázium IV. osztályos tanulója, *Módis Ákos* tanítványa;

**Szabó János Zoltán**, az BME műszaki informatika szakos hallgatója, aki Budapesten, az ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnáziumában érettségizett, mint *Zsigri Ferenc* tanítványa;

**Varga Dezső**, az ELTE fizikus hallgatója, aki a miskolci Földes Ferenc Gimnáziumban érettségizett, mint *id. Szabó Kálmán* tanítványa.

*Dicséretben részesült* a versenyen 9–10. helyezést elért következő két versenyző: **Kurucz Zoltán**, a szolnoki Varga Katalin Gimnázium IV. osztályos tanulója, *Vincze Gábor* tanítványa; **Perényi Márton**, a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium IV. osztályos tanulója, *Horváth Gábor* tanítványa.

Hasonlóképpen *dicséretben részesült* a versenyen 11-18. helyezést elért alábbi nyolc versenyző:

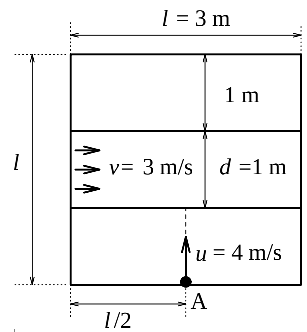
**Agod Attila**, a debreceni Tóth Árpád Gimnázium IV. osztályos tanulója, *Kovács Miklós* tanítványa; **Bíró Domokos Botond**, a marosvásárhelyi Bolyai Farkas Elméleti Líceum XII. osztályos tanulója, *Bíró Tibor* tanítványa;

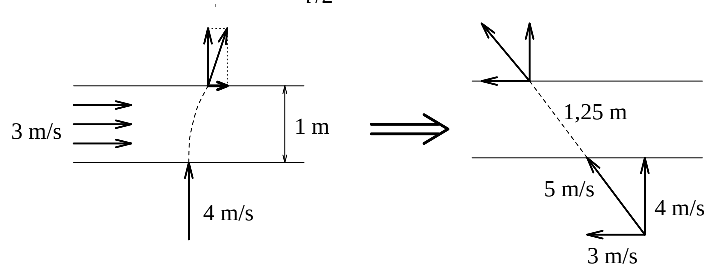
**Csonka Szabolcs**, a budapesti Árpád Gimnázium IV. osztályos tanulója, *Vankó Péter* tanítványa; **Farkas Illés**, az ELTE fizikus hallgatója, aki az ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnáziumában érettségizett, mint *Pákó Gyula* tanítványa; a szolnoki Varga Katalin Gimnázium IV. osztályos tanulója, *Vincze Gábor* tanítványa; **Frenkel Péter**, a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium III. osztályos tanulója, *Horváth Gábor* tanítványa; **Lohner Roland**, az BME műszaki informatika szakos hallgatója, aki az esztergomi Temesvári Pelbárt Ferences Gimnáziumban érettségizett, mint *Halmai László* tanítványa; **Németh Tibor**, az BME műszaki informatika szakos hallgatója, aki a győri Révai Miklós Gimnáziumban érettségizett, mint *Somogyi Sándor* tanítványa; **Vörös Zoltán**, a tiszavasvári Váci Mihály Gimnázium IV. osztályos tanulója, *Víg Csaba* tanítványa.

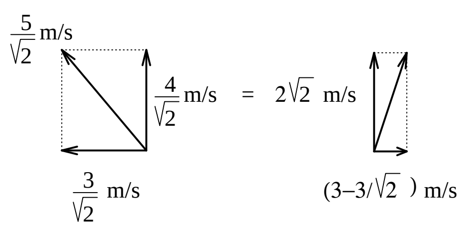
A díjkiosztásra 1995. november 24-én került sor. Ekkor az érdeklődő diákok és tanárok megtekinthették a feladatokhoz kapcsolódó kísérleteket is, melyeket a Versenybizottság állított össze. Az *Eötvös Loránd Fizikai Társulat* által biztosított pénzjutalmakat a *Nemzeti Tankönyvkiadó* nagyjából azonos értékű könyvutalványokkal egészítette ki, ezen kívül a nyertes versenyzők megjelent tanárai a *Tankönyvkiadótól* és a *TypoTeX Kiadótól* jutalomkönyveket vehettek át.

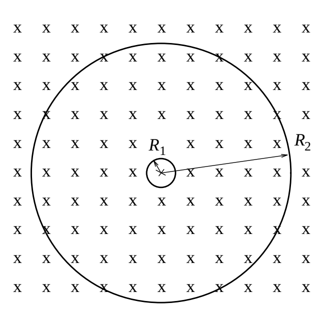
A társulati díjakat *Németh Judit* egyetemi tanár, a Társulat alelnöke adta át biztató szavak kíséretében, míg a Nemzeti Tankönyvkiadó által felajánlott jutalmakat *Ábrahám István* vezérigazgatótól vehették át a nyertesek és tanáraik. Jelen volt és dedikálta könyvét *Staar Gyula*, a Természet Világa főszerkesztője is, s a díjkiosztó ünnepségről még aznap sugározta a helyszínen készült tudósítását a *Duna Televízió*.

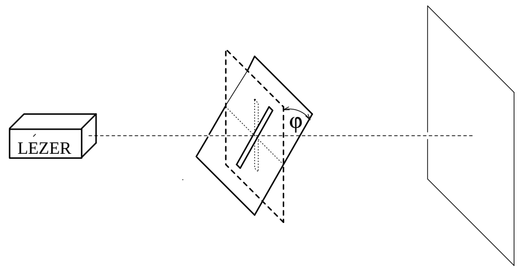
**Radnai Gyula**

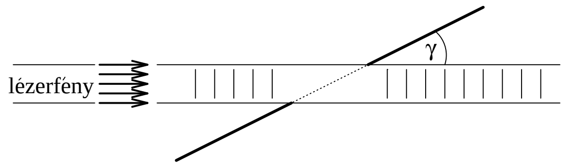


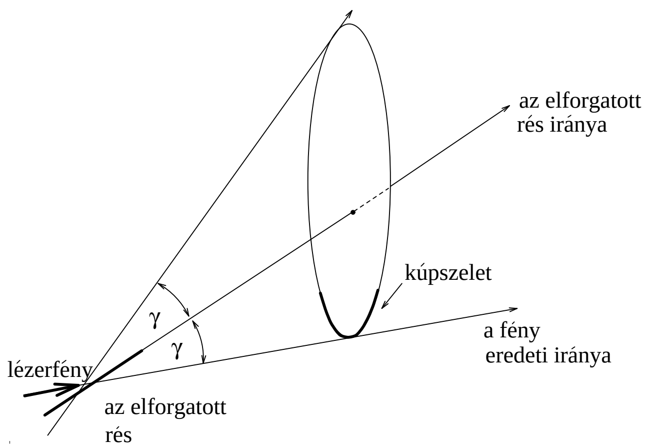




LÉZER
φ


lézerfény
γ


az elforgatott
rés iránya
kúpszelet
γ
γ
a fény
eredeti iránya
lézerfény
az elforgatott
rés